

GEOGEBRA Y COMPRENSIÓN DE RELACIONES ENTRE RECTAS EN PRIMERO DE BACHILLERATO

GEOGEBRA AND UNDERSTANDING OF RELATIONSHIPS BETWEEN LINES IN FIRST-YEAR HIGH SCHOOL

Ocaña Quinteros Nagely Fernanda; Quelal Cuamacás Valeria Alejandra; Alba Cabañas Jesús Antonio; Vasquez Alvarez Arian

Cita:

Ocaña Quinteros, N. F., Quelal Cuamacás, V. A., Alba Cabañas, J. A., & Vasquez Alvarez, A. (2026). GeoGebra y comprensión de relaciones entre rectas en primero de Bachillerato. Tesla Revista Científica, 6(2), e711. <https://doi.org/10.55204/trc.v6i2.e711>

Recibido: 20/06/2026

Revisado: 15/07/2026

Corregido: 05/08/2026

Aceptado: 17/08/2026

Publicado: 17/08/2026

Licencia:

Los contenidos de este artículo están bajo una licencia Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0). Los autores conservan los derechos morales y patrimoniales de sus obras.

The contents of this article are under a Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license. The authors retain the moral and patrimonial rights of their works.

Editor: —

Ocaña Quinteros Nagely Fernanda – Universidad Bolivariana del Ecuador, Durán, Ecuador.

Quelal Cuamacás Valeria Alejandra – Universidad Bolivariana del Ecuador, Durán, Ecuador.

Alba Cabañas Jesús Antonio – Universidad Bolivariana del Ecuador, Durán, Ecuador.

Vasquez Alvarez Arian – Universidad Bolivariana del Ecuador, Durán, Ecuador.

nfocanaq@ube.edu.ec; vaquelalc@ube.edu.ec; jaalbac@ube.edu.ec; avazqueza@ube.edu.ec

ORCID: 0009-0004-3472-5998; 0009-0003-0694-6809; 0009-0002-8815-9165; 0009-0001-8605-491X

Resumen: La comprensión de las relaciones entre rectas en el plano cartesiano constituye una dificultad frecuente en el aprendizaje de la geometría analítica. Este estudio tuvo como objetivo analizar el efecto de una secuencia didáctica mediada por GeoGebra en estudiantes de primero de Bachillerato, considerando la pendiente, la ecuación de la recta, el paralelismo, la perpendicularidad y la intersección. Se desarrolló un estudio con enfoque mixto y diseño cuasiexperimental, con un grupo de control ($n = 31$) y un grupo experimental ($n = 31$). Ambos grupos realizaron un pretest y un posttest, mientras el grupo experimental participó en una intervención basada en exploración dinámica mediante GeoGebra y Drag Test. Se aplicaron estadística descriptiva, pruebas t de Student para muestras relacionadas e independientes y ganancia normalizada de Hake. El grupo experimental pasó de 6,65 a 11,71 puntos y presentó diferencias significativas entre grupos en el posttest ($p < 0,001$; $d = 1,10$) y en la ganancia absoluta ($p < 0,001$; $d = 1,70$). La ganancia de Hake fue 0,45 frente a 0,18 en el control. Los resultados sugieren una contribución favorable de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra al aprendizaje de las relaciones entre rectas.

Palabras clave: GeoGebra; relaciones entre rectas; geometría analítica; secuencia didáctica; representación semiótica; ganancia de Hake.

Abstract: Understanding relationships between lines in the Cartesian plane is a frequent difficulty in analytic geometry. This study aimed to analyze the effect of a GeoGebra-mediated didactic sequence on first-year upper-secondary students, focusing on slope, the equation of a line, parallelism, perpendicularity, and intersection. A mixed-methods approach and quasi-experimental design were used with a control group ($n = 31$) and an experimental group ($n = 31$). Both groups completed equivalent pretest and posttest assessments, while the experimental group participated in a GeoGebra-based intervention using dynamic exploration and the Drag Test. Descriptive statistics, related- and independent-samples Student's t-tests, and Hake's normalized gain were applied. The experimental group increased from 6.65 to 11.71 points and showed significant differences between groups in the posttest ($p < 0.001$; $d = 1.10$) and absolute gain ($p < 0.001$; $d = 1.70$). Hake's normalized gain was 0.45 compared with 0.18 in the control group. The findings suggest a favorable contribution of the GeoGebra-mediated didactic sequence to learning relationships between lines.

Keywords: GeoGebra; relationships between lines; analytic geometry; didactic sequence; semiotic representation; Hake normalized gain.

INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la educación matemática, la transformación digital ha ampliado las posibilidades de enseñanza al incorporar recursos interactivos que complementan los métodos tradicionales y favorecen entornos donde el estudiante participa activamente en la construcción de su conocimiento. En este sentido, el software GeoGebra se ha utilizado como recurso de apoyo para la visualización y exploración de conceptos matemáticos. Santillán-Lima et al. (2017) destacaron la importancia de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos educativos y su potencial para responder a las nuevas necesidades de enseñanza y aprendizaje. Cabezas-Heredia et al. (2024) también documentaron que la incorporación de tecnologías y nuevas dinámicas de trabajo educativo puede implicar demandas cognitivas que deben considerarse en la planificación de las experiencias de aprendizaje. Asimismo, Morales Chicana et al. (2023) mostraron que la implementación de GeoGebra puede favorecer el aprendizaje de las matemáticas en secundaria y educación superior, fortaleciendo el análisis, el razonamiento y la visualización de objetos abstractos mediante la interactividad. Esta herramienta resulta pertinente para abordar temas de geometría analítica en bachillerato, donde la manipulación dinámica de objetos permite transitar de la memorización de fórmulas a la comprensión de propiedades geométricas.

El aprendizaje de las relaciones entre rectas constituye un desafío cognitivo porque exige coordinar representaciones gráficas, algebraicas y verbales. Desde la teoría de los registros de representación semiótica, comprender un objeto matemático implica no solo reconocer sus diferentes representaciones, sino también establecer conversiones entre ellas. En el caso de las rectas, el estudiante debe relacionar la pendiente y la ordenada al origen con la posición relativa de las representaciones gráficas (Duval, 2017a).

Investigaciones recientes han evidenciado el potencial de GeoGebra como herramienta para fortalecer la comprensión de las rectas. En este sentido, Llerena Chacón et al. (2026) señalan que este software favorece el desarrollo de destrezas gráficas, algebraicas y de razonamiento, así como la autonomía y la transferencia del aprendizaje en contextos reales. Estos resultados coinciden en que el uso de recursos tecnológicos puede mejorar la visualización matemática y promover una participación más activa de los estudiantes en el aprendizaje de la geometría analítica.

Sin embargo, la revisión de la literatura reciente evidencia que las investigaciones sobre GeoGebra se han orientado principalmente al aprendizaje de la geometría y al desarrollo de habilidades matemáticas en términos generales, sin profundizar específicamente en la comprensión conceptual de las relaciones entre rectas en estudiantes de primero de Bachillerato. En consecuencia, aún es limitada la evidencia empírica que analice cómo la coordinación entre los registros gráfico y algebraico favorece la comprensión de las relaciones entre las rectas mediante el uso de GeoGebra.

Este vacío investigativo evidencia la necesidad de analizar cómo GeoGebra, como mediador tecnológico y visual, puede favorecer la comprensión de las relaciones entre rectas en el plano cartesiano. En respuesta a esta necesidad, el presente estudio analiza la evolución del aprendizaje tras una intervención digital. El objetivo general es analizar el efecto de una secuencia didáctica mediada por GeoGebra en la comprensión de las relaciones entre rectas en estudiantes de primero de Bachillerato, considerando la pendiente, la ecuación de la recta, el paralelismo, la perpendicularidad y la intersección. Para ello, se empleó un enfoque mixto mediante un diseño cuasiexperimental con pretest, intervención y posttest, conformado por un grupo de control y un grupo experimental.

MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Enfoque y Diseño

La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto, que implicó la recolección, el análisis y la integración de datos cuantitativos y cualitativos sobre un mismo estudio. “Esta combinación ofrece una comprensión más completa y enriquecedora de los fenómenos estudiados, permitiendo una exploración más profunda y una mayor validez de los resultados” (Cueva Luza, 2023, p. 161). En este caso el componente cuantitativo permitió medir el impacto estadístico de la intervención en el rendimiento académico, mientras que el componente cualitativo posibilitó comprender las acciones cognitivas, las estrategias de resolución y los procesos de representación empleados durante la resolución de las actividades propuestas.

Asimismo, la investigación adoptó un diseño cuasiexperimental, conformado por un grupo experimental, en el que se implementó la propuesta didáctica, y un grupo de control, en el que se mantuvo la metodología tradicional. En ambos grupos se aplicaron mediciones de pretest y posttest con el fin de evaluar los cambios producidos. La asignación de los participantes a los grupos no fue aleatoria, debido a que se trabajó con grupos académicos previamente constituidos. Este diseño respondió a la realidad del contexto educativo, permitió implementar la intervención sin alterar la organización académica habitual de la institución y facilitó la comparación de los resultados obtenidos entre ambos grupos.

El diseño cuasiexperimental, combinado con la intervención didáctica basada en GeoGebra, permitió analizar la coordinación entre diferentes registros de representación semiótica y el desempeño de los estudiantes durante las actividades. Las actividades facilitaron la exploración dinámica de las propiedades geométricas y la comprensión de conceptos abstractos mediante la interacción con múltiples representaciones. La combinación del diseño cuasiexperimental con el enfoque mixto permitió integrar los resultados cuantitativos de las pruebas con observaciones descriptivas del desempeño durante la intervención, sin alterar la organización institucional ni las condiciones habituales del aula.

2.2 Participantes y contexto

2.3 Población y muestra

El presente estudio se desarrolló en la sierra norte ecuatoriana, específicamente en la ciudad y cantón de Tulcán, provincia del Carchi. La intervención tuvo lugar en la Unidad Educativa Fiscomisional "Sagrado Corazón de Jesús", una institución que opera bajo los lineamientos del currículo nacional del Ministerio de Educación de Ecuador, integrando principios formativos propios de su carácter fiscomisional. Este entorno proporcionó una población estudiantil diversa en términos socioeconómicos y culturales, lo cual aporta validez ecológica al desarrollo y aplicación de esta propuesta didáctica.

“La población es el conjunto total de individuos u objetos de interés.” (Hernández-Flórez & Klimenko, 2025, p. 3). En este caso la población estuvo conformada por todos los estudiantes matriculados en primero de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscomisional “Sagrado Corazón de Jesús” durante el periodo lectivo 2025–2026.

De esta población, se seleccionó una muestra no probabilística las cuales son definidas por la Universidad Estatal de Milagro (2023) como subconjuntos de la población “en las que el investigador selecciona a los individuos u objetos no por probabilidad sino por causas relacionadas con las características del investigador” (p. 4). En este caso de $n = [62]$ estudiantes, debido a que se trabajó con grupos intactos (Paralelo A y B). Estudiantes con edades comprendidas entre 15 y 16 años; en cuanto a la distribución por género, el grupo estuvo compuesto por 25 mujeres (40.32 %) y 37 hombres (59.68 %).

- Grupo de control: Primero paralelo “A” conformado por 31 estudiantes, quienes recibieron las clases por el método tradicional.
- Grupo experimental: Primero paralelo “B” conformado por 31 estudiantes con quienes se aplicó la intervención de actividades interactivas con GeoGebra.
- Criterios de inclusión: Estudiantes con edades comprendidas entre 15 y 16 años, con asistencia regular a clases y que aceptaron el consentimiento para participar en esta investigación.
- Criterios de exclusión: Estudiantes que realizaron la fase de pretest y que presentan impedimentos físicos o administrativos para participar en las intervenciones programadas.

2.4 Intervención Didáctica

La intervención didáctica se estructuró mediante una secuencia de aprendizaje mediada por Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), utilizando el Software de Geometría Dinámica (SGD) GeoGebra. La propuesta tuvo como objetivo guiar al estudiante desde la exploración visual intuitiva hasta la formalización algebraica de las relaciones entre rectas, estructurándose en tres etapas interactivas de 90 minutos cada una, para un total de 270 minutos de intervención. El pretest y el postest se aplicaron en sesiones independientes y no forman parte de este tiempo de intervención.

Tabla 1

Fases interactivas

Etapas	Etapas 1: Exploración y Conceptualización Visual	Etapas 2: Análisis Paramétrico y Proporcionalidad	Etapas 3: Formalización y Transferencia Algebraica
Grupo de Control (Método tradicional)	2 horas de clase (90 minutos)	2 horas de clases (90 minutos)	2 horas de clases (90 minutos)
Grupo Experimental (Aplicación de la propuesta)	2 horas de clase (90 minutos)	2 horas de clases (90 minutos)	2 horas de clases (90 minutos)

Elaboración propia

2.5 Instrumentos

La obtención de la información se realizó mediante la técnica de medición, la cual permitió valorar el nivel de comprensión de los estudiantes respecto a las relaciones entre rectas en el plano cartesiano antes y después de la implementación de la propuesta didáctica. Para ello, se establecieron indicadores orientados a evaluar la identificación e interpretación de conceptos como la pendiente, el paralelismo, la perpendicularidad, la intersección y la ecuación de la recta.

Como instrumentos de evaluación se emplearon un pretest y un postest, elaborados bajo el criterio de isomorfismo, de manera que ambos evaluaron los mismos contenidos conceptuales mediante ítems

equivalentes. La diferencia entre ellos radicó en el nivel de complejidad cognitiva, puesto que el pretest permitió reconocer los conocimientos iniciales de los estudiantes, mientras que el posttest evidenció los aprendizajes alcanzados y la capacidad para aplicar y justificar dichos conceptos tras la intervención didáctica con GeoGebra.

2.1 Fases de la intervención Didáctica

La investigación se organizó en cuatro fases: diagnóstico mediante pretest, intervención didáctica en tres etapas y evaluación final mediante posttest. El pretest y el posttest fueron aplicados a los grupos de control y experimental. La organización se detalla a continuación.

2.2 Fase 0: Diagnóstica (pretest)

2.7 Sesión 1: Aplicación del pretest

Objetivo: Establecer la línea base de los conocimientos previos sobre las relaciones entre rectas en el plano cartesiano (paralelismo, perpendicularidad, coincidencia, intersección, pendiente y ecuación de la recta).

Instrumento: Cuestionario estructurado (pretest).

Secuencia de Acción (Estudiantes): Mediante la lectura de las instrucciones y resolución individual del instrumento. Los estudiantes del grupo de control y del grupo experimental contestaron preguntas de un mismo cuestionario (pretest) antes de iniciar cualquier instrucción, con el fin de verificar que ambos partían de condiciones equitativas, lo que permitió identificar el nivel de conocimiento acerca de las relaciones entre rectas para obtener la base de una comparación posterior

2.3 Fase 1: Exploración y Conceptualización Visual

Sesiones 2 y 3: Exploración de las posiciones relativas de las rectas

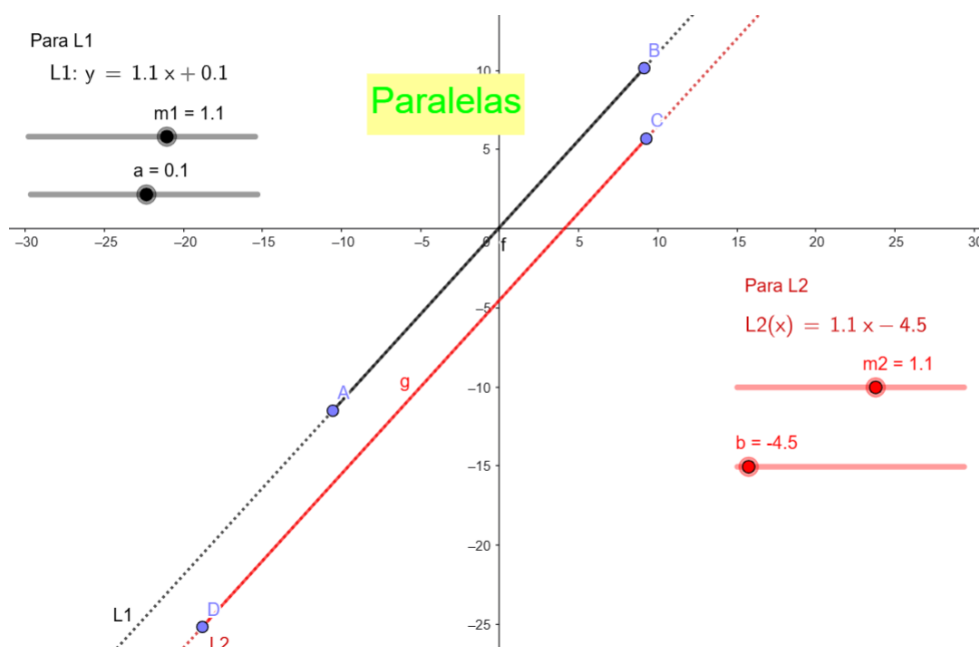
Objetivo: Identificar visualmente de las posiciones relativas entre dos rectas (paralelas, perpendiculares, secantes y coincidentes) y promover la formulación de conjeturas a partir de la exploración dinámica.

Construcción de la interfaz: El diseño de la interfaz se estructuró tomando en cuenta la ecuación explícita de la recta ($y = mx + b$), donde a través de la parametrización algebraica y visual en GeoGebra, se empleó deslizadores en las pendientes (m_1 , m_2) y la ordenada al origen (b) de cada ecuación de las rectas. A partir de estos controles, nos centramos en el bloque de programación mediante el uso de un texto dinámico anclado a las siguientes condiciones en la programación de un bloque de funciones condicionales anidadas (Si(...)) donde cuenta con tres reglas en orden secuencial aplicando la lógica de programación: primero, mediante una conjunción lógica ($\wedge$), se verifica si las pendientes son equivalentes ($m_1 = m_2$) y si un punto de la segunda recta pertenece simultáneamente a la primera, mostrando en el texto dinámico el estado de **Coincidentes**"; Si se cumple esta condición, se evalúa una segunda condición exclusiva de igualdad de pendientes ($m_1 = m_2$) para determinar si son **"Paralelas"**; finalmente, si no se cumple ninguna de las condiciones anteriores por defecto clasifica las trayectorias como **"Secantes"**, permitiendo que la interfaz verifique y muestre la respuesta correcta de manera automatizada ante la manipulación de los deslizadores.

Por su parte, mediante la *prueba de arrastre (Drag Test)*, permitió a los estudiantes que alteren de manera controlada al desplazar los cursores que rigen el valor de la pendiente y la ordenada al origen provocando una transformación geométrica instantánea en el plano cartesiano, permitiéndole transitar inductivamente entre los registros de representación semiótica vinculando de forma directa a la modificación numérica y el cambio visual, facilitando la comprensión analítica de las condiciones espaciales y promoviendo la retroalimentación inmediata del entorno virtual.

Figura 1

Interfaz de la actividad 1: Explorando las posiciones relativas de las rectas



Nota. Interfaz de GeoGebra que ilustra la representación gráfica del primer ejercicio de la propuesta.

Grupo de control: Explicación teórica en la pizarra mediante construcción geométrica sobre las condiciones gráficas de paralelismo, perpendicularidad e intersección de rectas.

2.4 Fase 2: Análisis Paramétrico de la Pendiente

Sesiones 4 y 5: Relaciones entre rectas en función de la pendiente y el intercepto

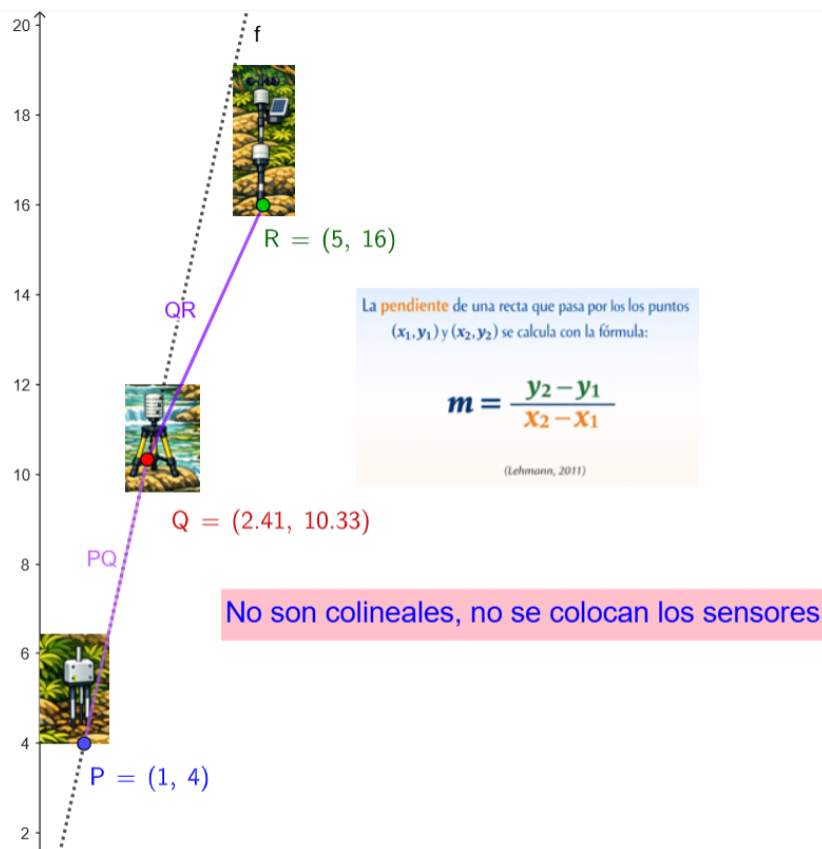
Objetivo: Analizar la influencia de la pendiente m y del intercepto b en la determinación de las relaciones entre rectas, estableciendo las condiciones algebraicas para el paralelismo y la coincidencia.

Construcción de la interfaz: El diseño de la interfaz en GeoGebra se estructuró mediante la representación de tres puntos fijos (P , Q , R), para los que se realizó el cálculo de la pendiente por cada par de coordenadas utilizando la formula general de la pendiente ($m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$) con en fin de obtener la inclinación en cada uno de los casos, mediante un bloque de funciones condicionales anidadas (Si(...)) vinculadas a un texto dinámico donde las tres pendientes mostradas son idénticas; se cumple la condición de alineación donde los puntos son colineales y pertenecen a una misma recta por lo tanto de forma automática el mensaje indica que “se pueden instalar los sensores”, en caso contrario un mensaje negativo que indica “no se pueden instalar los sensores”.

Por medio de la prueba de arrastre (Drag Test) los estudiantes manipularon las coordenadas de los puntos permitiendo discernir entre el concepto de colinealidad además de analizar el comportamiento analítico de las pendientes resultantes, al provocar un cambio en las condiciones gráficas del sistema donde se traduce a un cambio inmediato de las pendientes esta dinámica interactiva permitió a los estudiantes desplazarse inductivamente entre los registros numéricos y visuales, facilitando la comprensión de las condiciones de alineación espacial y promoviendo la comprensión a aplicaciones prácticas.

Figura 2

Interfaz de la actividad 2: Relaciones entre rectas en función de la pendiente y el intercepto



Nota. Interfaz de GeoGebra que ilustra la representación gráfica del segundo ejercicio de la propuesta.

Grupo de control: Definición de fórmula de la pendiente y resolución algebraica de ejercicios mediante el uso tradición en la pizarra.

2.5 Fase 3: Formalización y Transferencia Algebraica

Sesión 6: Relaciones entre rectas mediante la ecuación punto-pendiente.

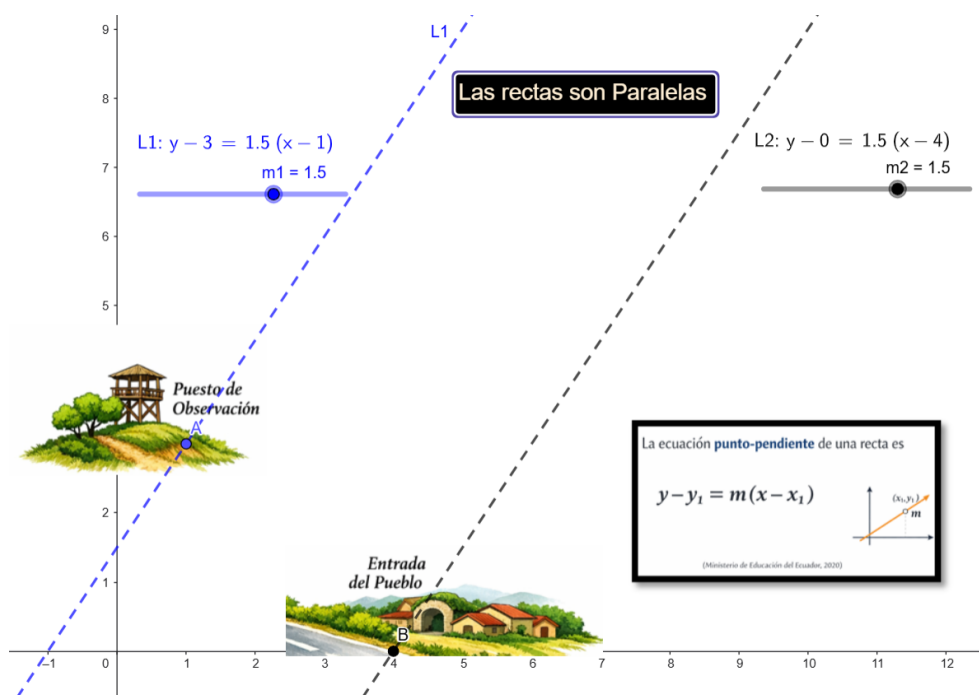
Objetivo: Formalizar las relaciones entre rectas utilizando la ecuación punto-pendiente ($y - y_1 = m(x - x_1)$) y justificar algebraicamente las propiedades observadas durante la exploración dinámica.

Construcción de la interfaz: El diseño de la interfaz en GeoGebra se estructuró por medio de la ecuación Punto-Pendiente ($y - y_1 = m(x - x_1)$), partiendo de los puntos (A y B), empleando deslizadores para los parámetros de las pendientes (m_1 , m_2), mediante un bloque de programación funciones condicionales anidadas (Si(...)) vinculadas a un texto dinámico, donde se evalúa las siguientes condiciones: primera condición ($m_1 = m_2$) y la segunda condición ($m_1 * m_2 = -1$), finalmente, el texto dinámico muestra automáticamente el mensaje acorde a las condiciones anteriores.

Por medio de la prueba de arrastre (Drag Test) los estudiantes manipularon las coordenadas de los puntos (A y B), los deslizadores (m_1 , m_2) que representan el ángulo de inclinación de los caminos rurales en el contexto del ejercicio, donde si se comprueba que las pendientes son equivalentes ($m_1 = m_2$) muestra que las rectas son paralelas y la segunda condición, donde se verifica si el producto de ambas pendientes es igual a menos uno ($m_1 * m_2 = -1$) para determinar la perpendicularidad donde, finalmente el texto dinámico muestra automáticamente el mensaje acorde a la relación entre rectas a partir del uso de la ecuación punto-pendiente.

Figura 3

Interfaz de la actividad 3: Relaciones entre rectas mediante la ecuación punto-pendiente



Nota. Interfaz de GeoGebra que ilustra la representación gráfica del tercer ejercicio de la propuesta.

Grupo de control: Demostración algebraica y apoyo visual, en el la pizarra, cuaderno mediante la aplicación de la fórmula punto-pendiente y ejercicios de sustitución numérica tradicionales.

2.6 Fase 4: Evaluación Final (postest)

Sesión 7: Aplicación del postest

Objetivo: Evaluar los cambios en la comprensión de las relaciones entre rectas mediante un instrumento isomórfico al pretest, que conserva el mismo origen conceptual.

Instrumento: Cuestionario estructurado equivalente (postest).

Secuencia de Acción (Estudiantes): Mediante la lectura de las instrucciones y Resolución individual los estudiantes del grupo de control y del grupo experimental contestaron preguntas de un mismo cuestionario (postest), analizaron situaciones equivalentes a las del pretest, justificando sus respuestas mediante articulación entre los registros gráfico y algebraico, al finalizar la intervención en ambos grupos para medir cuantitativa y cualitativamente el impacto del método tradicional (grupo de control) frente a la metodología basada en GeoGebra (grupo de experimentación).

2.6 Análisis de datos

El análisis de datos se realizó de acuerdo con el enfoque mixto y el diseño cuasiexperimental de pretest–intervención–postest. En primer lugar, se organizaron y depuraron los datos obtenidos de los instrumentos mediante una matriz de registro, verificando la correspondencia entre los códigos de los estudiantes, la pertenencia al grupo de control o experimental y las puntuaciones alcanzadas en el pretest y el postest. Posteriormente, se realizaron análisis descriptivos e inferenciales y se complementaron con observaciones descriptivas del desempeño durante la intervención.

Se empleó estadística descriptiva para resumir el rendimiento académico de los grupos de control y experimental en las fases de pretest y postest. De acuerdo con el Fondo Editorial de la Universidad Nacional de Educación este tipo de análisis permite organizar, describir y presentar los datos obtenidos en una investigación (Castillo Mendoza, 2023). Para ello, se calcularon las frecuencias, el número de participantes, la media aritmética, la desviación estándar y el coeficiente de variación. Estos indicadores permitieron identificar el rendimiento promedio de los estudiantes y la dispersión relativa de sus puntuaciones. Asimismo, se determinó la ganancia absoluta mediante la diferencia entre la media del postest y la media del pretest, con la finalidad de identificar el cambio producido en el rendimiento académico.

Tabla 2**Estadísticos descriptivos utilizados en la investigación**

Estadístico	Finalidad
Media aritmética	Determinar el rendimiento promedio
Desviación estándar	Medir la dispersión de los puntajes
Coefficiente de variación	Evaluar la homogeneidad de los grupos
Ganancia absoluta	Cuantificar la mejora obtenida

Tabla tomada de (Lizasoain Hernández, 2024)

Prueba t de Student para muestras relacionadas: Se aplicó con un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$ para comparar las puntuaciones del pretest y el posttest dentro de cada grupo de estudio, siendo una de las técnicas paramétricas más utilizadas para evaluar dos mediciones efectuadas sobre una misma muestra en distintos momentos.

Prueba t para muestras independientes: Para comparar las diferencias entre el grupo de control y el grupo experimental, se empleó la prueba t de Student para muestras independientes sobre las puntuaciones del posttest y las ganancias absolutas. La comparación del pretest se utilizó para comprobar la equivalencia inicial entre los grupos.

Ganancia normalizada de Hake: Se calculó este indicador para estimar el aprendizaje alcanzado en relación con la mejora máxima posible, definiéndose como el cociente entre la ganancia absoluta obtenida y la ganancia máxima posible, considerando la puntuación máxima del instrumento.

$$g = \frac{\text{Postest} - \text{Pretest}}{\text{Puntaje máximo} - \text{Pretest}}$$

Tabla 3**Interpretación de la ganancia normalizada de Hake**

Valor de g	Nivel de ganancia
$g < 0,30$	Baja
$0,30 \leq g < 0,70$	Media
$g \geq 0,70$	Alta

Tabla tomada de (Hake, 1998)

CONSIDERACIÓN ÉTICA

Al tratarse de una investigación con menores de edad, se solicitó la autorización formal de las autoridades de la Unidad Educativa. Asimismo, se envió un comunicado a los Padres de Familia y Representantes Legales para obtener el consentimiento informado por escrito, garantizando en todo momento el anonimato de los participantes y la confidencialidad en el manejo de los datos académicos con fines estrictamente investigativos.

Resultados

En términos generales, los resultados presentados en la Tabla 4 evidenciaron un incremento del rendimiento académico en ambos grupos entre el pretest y el posttest. El grupo de control aumentó su puntuación media de 6,52 a 8,58, lo que representa una ganancia absoluta de 2,06 puntos, mientras que el grupo experimental pasó de 6,65 a 11,71, alcanzando una ganancia de 5,06 puntos. En consecuencia, la diferencia descriptiva entre las ganancias fue de 3,00 puntos a favor del grupo experimental. Respecto a la variabilidad, el coeficiente de variación disminuyó en el grupo de control de 41,72 % a 35,20 %, y en el grupo experimental de 30,23 % a 22,72 %, lo que indica una reducción de la dispersión relativa de los puntajes. Estos resultados descriptivos justifican la comparación inferencial entre los grupos presentada posteriormente.

Tabla 4**Datos estadísticos de rendimiento académico por grupos (pretest y posttest)**

Grupo	Fase	N	Media	Desviación estándar	Coefficiente de variación (CV)
Grupo de Control	pretest	31	6,52	2,72	41,72 %
Grupo de Control	posttest	31	8,58	3,02	35,20 %
Grupo Experimental	pretest	31	6,65	2,01	30,23 %
Grupo Experimental	posttest	31	11,71	2,66	22,72 %

Elaboración propia a partir de los resultados del pretest y posttest

posttest

Los resultados de la prueba t de Student para muestras relacionadas (Tabla 5) mostraron diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el posttest del grupo de control ($t(30) = 8,74$; $p < 0,001$). La media aumentó de 6,52 a 8,58, lo que evidencia un incremento estadísticamente significativo en el desempeño del grupo de control después de la metodología tradicional.

Tabla 5

Resultados de la prueba t de Student para muestras relacionadas (grupo de control, grupo experimental)

Tabla 5**Resultados de la prueba t de Student para muestras relacionadas (grupo de control, grupo experimental)**

Grupo	Pretest (M ± DE)	Posttest (M ± DE)	t	gl	p
Control	6,52 ± 2,72	8,58 ± 3,02	8,74	30	< 0,001
Experimental	6,65 ± 2,01	11,71 ± 2,66	13,25	30	< 0,001

Elaboración propia a partir de los resultados del pretest y posttest

posttest

En el grupo experimental, la prueba t de Student para muestras relacionadas (Tabla 5) también evidenció diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones del pretest y el posttest ($t(30) = 13,25$; $p < 0,001$). La media se incrementó de 6,65 a 11,71, lo que evidencia un incremento estadísticamente significativo en el desempeño del grupo experimental después de la implementación de la secuencia didáctica apoyada en GeoGebra.

Tabla 6**Resultados de la prueba t de Student para muestras independientes en el pretest, posttest y ganancia de aprendizaje**

Fase	Grupo control	Grupo experimental	t	gl	p	d de Cohen
Pretest	6,52 (2,72)	6,65 (2,01)	0,21	60	0,832	0,05
Posttest	8,58 (3,02)	11,71 (2,66)	-4,33	60	< 0,001	1,10
Ganancia	2,06 (1,31)	5,06 (2,13)	-6,68	60	< 0,001	1,70

Fuente: Elaboración propia

Para determinar si existían diferencias estadísticamente significativas entre los grupos, se aplicó la prueba t de Student para muestras independientes. En el pretest no se observaron diferencias significativas entre los grupos ($t(60) = 0,21$; $p = 0,832$; $d = 0,05$), lo que indica una condición inicial comparable. En el posttest se encontraron diferencias estadísticamente significativas a favor del grupo experimental ($t(60) = -4,33$; $p < 0,001$; $d = 1,10$), cuya media fue de 11,71 puntos frente a 8,58 puntos del grupo de control. Asimismo, la comparación de la ganancia absoluta mostró una diferencia estadísticamente significativa a favor del grupo experimental ($t(60) = -6,68$; $p < 0,001$; $d = 1,70$), con una magnitud del efecto muy grande.

Tabla 7**Análisis de la ganancia normalizada de Hake por grupo**

Grupo	Pretest	Posttest	Ganancia de Hake	Nivel de ganancia
Control	6,52	8,58	0,18	Bajo
Experimental	6,65	11,71	0,45	Medio

Elaboración propia a partir de los resultados del pretest y posttest

Para estimar la magnitud del aprendizaje alcanzado en cada grupo, se calculó la ganancia normalizada de Hake a partir de los resultados del pretest y el posttest. Dado que el instrumento de evaluación tuvo un

puntaje máximo de 18, el cálculo se realizó empleando directamente dicha escala mediante la expresión correspondiente.

$$g = \frac{Postest - Pretest}{18 - Pretest}$$

Los resultados mostraron (Tabla 7) que el grupo de control obtuvo una ganancia de 0,18, correspondiente a un nivel de ganancia bajo, mientras que el grupo experimental alcanzó una ganancia de 0,45, clasificada como nivel de ganancia medio. Estos hallazgos evidencian que, aunque ambos grupos mejoraron su desempeño, la magnitud del aprendizaje fue mayor en el grupo experimental. La ganancia de Hake complementa los resultados inferenciales y permite describir la diferencia en el progreso alcanzado por ambos grupos.

Durante la implementación de las actividades con GeoGebra se realizó una observación descriptiva del desempeño de los estudiantes, identificándose aspectos relacionados con las condiciones tecnológicas, el manejo del software y la comprensión de las relaciones entre rectas. Como limitación se evidenció que la institución cuenta con un único laboratorio de cómputo y que algunos equipos no disponían de conexión a internet, por lo que fue necesario utilizar la versión offline de GeoGebra. Sin embargo, el acceso a internet mediante dispositivos móviles permitió complementar el desarrollo de las actividades. Estas condiciones deben considerarse al interpretar la posibilidad de generalizar los resultados.

En las primeras sesiones se evidenció cierta inseguridad por parte de los estudiantes, debido a que la mayoría no había utilizado previamente el software GeoGebra. Sin embargo, mediante la práctica continua y la orientación docente, lograron familiarizarse progresivamente con el entorno digital y utilizar sus herramientas con mayor autonomía. Inicialmente, interpretaban la posición de la recta principalmente a partir de su inclinación visual, sin establecer una relación directa con el valor numérico de la pendiente; posteriormente, mediante la manipulación de los deslizadores, lograron comprender la relación entre la variación de la pendiente y los cambios producidos en la representación gráfica de la recta.

Además, se identificaron diferentes estrategias de resolución: algunos estudiantes interpretaban la pendiente desde la gráfica, mientras que otros la calculaban mediante coordenadas y expresiones algebraicas, evidenciando procesos de conversión entre registros de representación semiótica. Finalmente, aunque persistieron algunas dificultades en la interpretación geométrica de la pendiente, la interacción con GeoGebra favoreció la comprensión de la relación entre la pendiente, la inclinación y la ecuación de la recta.

Discusión:

El análisis de la secuencia didáctica basada en GeoGebra evidenció mejoras en el desempeño de los estudiantes de primero de Bachillerato. Tanto el grupo de control como el grupo experimental incrementaron sus resultados entre el pretest y el posttest; sin embargo, la magnitud del incremento fue mayor en el grupo experimental, cuya media aumentó de 6,65 a 11,71, frente al aumento de 6,52 a 8,58 observado en el grupo de control. La ganancia normalizada de Hake fue de 0,45 en el grupo experimental y de 0,18 en el grupo de control. Además, la comparación entre grupos mostró diferencias estadísticamente significativas en el posttest ($t(60) = -4,33$; $p < 0,001$; $d = 1,10$) y en la ganancia absoluta ($t(60) = -6,68$; $p < 0,001$; $d = 1,70$). En conjunto, estos resultados muestran una diferencia de magnitud relevante a favor del grupo experimental y son consistentes con investigaciones que destacan el valor de la interacción dinámica en el aprendizaje de las matemáticas.

Uno de los principales aportes de la intervención se relaciona con la articulación entre diferentes registros de representación matemática planteados por Duval (2017b). En el pretest, los estudiantes evidenciaron dificultades para relacionar la ecuación de la recta con su representación gráfica, predominando un aprendizaje basado en procedimientos mecánicos. Aunque al inicio surgieron dificultades en el manejo de GeoGebra, estas fueron superadas mediante la mediación docente y la secuencia didáctica. En este sentido, la integración pedagógica de las tecnologías digitales resulta relevante para que la herramienta contribuya al aprendizaje y no se reduzca a una función instrumental. En consecuencia, GeoGebra permitió relacionar la pendiente y la ecuación de la recta con su representación gráfica, favoreciendo una comprensión más integrada de las relaciones entre rectas.

Las observaciones descriptivas realizadas durante la intervención evidenciaron que los estudiantes utilizaron los deslizadores para relacionar la variación de la pendiente con el cambio en la inclinación de la recta. También se identificaron estrategias de resolución basadas tanto en la interpretación gráfica como en el

cálculo mediante coordenadas y expresiones algebraicas. Estos hallazgos cualitativos, de carácter descriptivo, complementan los resultados cuantitativos y sugieren que la interacción dinámica favoreció la coordinación entre los registros gráfico y algebraico.

CONCLUSIONES

La implementación de la secuencia didáctica mediada por GeoGebra se asoció con mejoras en la comprensión de las relaciones entre rectas en el plano cartesiano en estudiantes de primero de Bachillerato. Aunque ambos grupos presentaron incrementos entre el pretest y el postest, el grupo experimental alcanzó una mejora de mayor magnitud. La comparación entre los grupos evidenció diferencias estadísticamente significativas en el postest ($p < 0,001$; $d = 1,10$) y en las ganancias absolutas de aprendizaje ($p < 0,001$; $d = 1,70$), con tamaños del efecto grandes a favor del grupo experimental. Estos resultados indican una diferencia relevante en el desempeño alcanzado por los estudiantes que participaron en la propuesta didáctica mediada por GeoGebra.

La secuencia didáctica favoreció la articulación entre las representaciones gráfica y algebraica de las rectas, particularmente en la interpretación de la pendiente, la ecuación, el paralelismo, la perpendicularidad y la intersección. La visualización dinámica, la manipulación de los objetos matemáticos y la aplicación del Drag Test facilitaron la exploración, la comprobación de conjeturas y la construcción de relaciones entre diferentes representaciones matemáticas.

Finalmente, los resultados sugieren que GeoGebra puede constituir un recurso pertinente para la enseñanza de la geometría analítica cuando se integra dentro de una secuencia didáctica planificada y acompañada por la mediación docente. Se recomienda que futuras investigaciones incorporen muestras más amplias, diferentes instituciones educativas y diseños longitudinales o cuasiexperimentales con mayor control de variables para fortalecer la evidencia sobre la permanencia y transferencia de los aprendizajes. Entre las principales limitaciones del presente estudio se encuentran el carácter cuasiexperimental, la ausencia de asignación aleatoria, la realización en una única institución y las condiciones tecnológicas descritas durante la intervención.

FINANCIACIÓN

La presente investigación no recibió financiación externa.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses relacionado con la realización o publicación de esta investigación.

CONTRIBUCIÓN DE AUTORÍA

En concordancia con la taxonomía CRediT, los autores declaran sus contribuciones a la investigación.

Tabla 8

Contribución de autoría según taxonomía CRediT

Contribución	Ocaña	Quelal	Alba	Vasquez
Conceptualización	X	X	X	X
Metodología	X	X	X	X
Investigación	X	X	X	X
Análisis formal	X	X	X	X
Redacción – borrador original	X	X	X	X
Redacción – revisión y edición	X	X	X	X
Revisión y aprobación de la versión final	X	X	X	X

Nota: La matriz deberá ser confirmada por los autores antes de la versión editorial definitiva.

REFERENCIAS

- Cabezas-Heredia, E., Cabezas-Chávez, L., Cabezas-Chávez, M., Molina-Recalde, A. P., Vallejo-Tixi, D., & Santillán Lima, J. C. (2024). Carga mental en docentes universitarios: Estudio de caso. *Tesla Revista Científica*, 4(2), e424. <https://doi.org/10.55204/trc.v4i2.e424>
- Castillo Mendoza, J. P., Munguía Miguel, K. M., & Vilcapoma Lara, N. F. (2023). *Estadística aplicada a la investigación educativa: Tomo A*. Fondo Editorial La Cantuta. <https://doi.org/10.54942/lacantuta.32>

- Coca Santillana, A., & Benítez Pérez, A. A. (2023). Análisis de la instrumentalización e instrumentación que genera el uso de GeoGebra en la enseñanza tradicional de matemáticas. <https://doi.org/10.23913/ride.v14i27.1633>
- Cueva Luza, T., Jara Córdova, O., Arias Gonzáles, J. L., Flores Limo, F. A., & Balmaceda Flores, C. A. (2023). *Métodos mixtos de investigación para principiantes*. Instituto Universitario de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú. <https://doi.org/10.35622/inudi.b.106>
- Drijvers, P., & Sinclair, N. (2023). The role of digital technologies in mathematics education: Purposes and perspectives. *ZDM–Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01535-x>
- Duval, R. (2017a). *Semiosis y pensamiento humano: Registros de representación semiótica y aprendizaje intelectual* (2.^a ed.). Programa Universidad del Valle.
- Duval, R. (2017b). *Understanding the Mathematical Way of Thinking: The Registers of Semiotic Representations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- González Rojas, C. M., & Quishpe Solano, R. (2024). *GeoGebra en el aprendizaje de operaciones con vectores y su incidencia en el rendimiento académico en los estudiantes de segundo año de bachillerato* [Tesis de maestría, Universidad Técnica Particular de Loja]. Repositorio Institucional UTPL. https://dspace.utpl.edu.ec/visorHub/?handle=123456789_57038
- Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64–74. <https://doi.org/10.1119/1.18809>
- Hernández-Flórez, N., & Klimenko, O. (2025). *Metodología de la investigación, enfoque cualitativo, cuantitativo y mixto*. Nexus: Multidisciplinary Research Journal (MIR). <https://nexushouseeditorial.com/index.php/nexus/es/article/view/24/18>
- Lizasoain Hernández, L. (2024). El análisis estadístico de datos en la investigación educativa. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 27. <https://doi.org/10.6018/reifop.608261>
- Llerena Chacón, L. C., López Altamirano, D. A., Velasteguí Marín, M. P., & Veloz Sánchez, A. (2026). Impacto del uso de GeoGebra con inteligencia artificial en el aprendizaje de las matemáticas: Análisis de la ecuación de la recta y la pendiente en educación básica. *Dominio de las Ciencias*. <https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/4760/9178>
- Menéndez Santurio, J. I. (2025). Efectos de una intervención de aprendizaje autorregulado en Educación Primaria sobre la responsabilidad, la motivación y la autorregulación. *Revista Fuentes*, 1–14. <https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2025.25958>
- Morales Chicana, L., Zuta Velayarse, L. M., Solís Trujillo, B. P., Fernández Otoya, F. A., & González García, M. (2023). El uso del software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas: Una revisión sistemática. *Referencia Pedagógica*, 11(1), 2–13.
- Moreira dos Santos, M. G., & Vieira Alves, F. R. (2023). El uso del software GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de geometría en la educación básica: Una revisión sistemática de la literatura. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 19(68). <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/784>
- Sanchez Arone, W. E. (2025). *El uso del software GeoGebra y el aprendizaje de áreas de polígonos en el plano en estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa El Nazareno 7087, UGEL 01 - S. J. M. Lima*. <https://repositorio.une.edu.pe/server/api/core/bitstreams/51a899c3-2d24-497e-994e-954fd39481e0/content>
- Santillán-Lima, J. C., Rocha-Jacome, C., Guerrero-Morejón, K., Llanga-Vargas, A., Vásconez-Barrera, F., & Molina-Granja, F. (2017). El impacto de los servicios de telecomunicaciones y las TIC en las necesidades de la educación superior. En *IV Congreso Internacional de Ciencia, Tecnología, Innovación y Emprendimiento (CITE)*.
- Universidad Estatal de Milagro. (2023). *Diseño de la investigación. Unidad 4: Población, muestra y selección de muestra*. Universidad Estatal de Milagro. https://sga.unemi.edu.ec/media/archivocompendio/2023/09/28/archivocompendio_2023928102927.pdf