

Propuesta didáctica con GeoGebra para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales de décimo año

Didactic Proposal Using GeoGebra for Teaching Systems of Linear Equations in Tenth Grade of Basic General Education

Lourdes Sthefania Aguirre Cobeña [0000-0001-6142-0939] Cindy Mariela Montenegro Estrada [0009-0007-0990-3686]

Jesús Antonio Alba Cabaña [0009-0002-8815-9165] Hugo Alfredo Pérez Benítez [0000-0001-7460-4032]

Universidad Bolivariana del Ecuador, Maestría en Educación Mención: Matemáticas.

lsaguirrec@ube.edu.ec, cmmontenegroe@be.edu.ec, jaalbac@ube.edu.ec, haperezb@ube.edu.ec

CITA EN APA:

Aguirre Cobeña, L. S., Montenegro Estrada, C. M., Alba Cabaña, J. A., & Pérez Benítez, H. A. (2026). Propuesta didáctica con GeoGebra para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales de décimo año. *Tesla Revista Científica*. Recuperado 13 de agosto de 2026.

<https://tesla.puertomaderoeditorial.com.ar/index.php/tesla/article/view/709>

Recibido: 2026-08-05

Aceptado: 2026-08-07

Publicado: 2026-08-13

TESLA

Revista Científica

ISSN: 2953-4275



Los contenidos de este artículo están bajo una licencia de Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Los autores conservan los derechos morales y patrimoniales de sus obras.

The contents of this article are under a Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license. The authors retain the moral and patrimonial rights of their works.

Resumen. La enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales representa uno de los principales desafíos en la Educación General Básica, debido a que las metodologías tradicionales suelen centrarse en la aplicación mecánica de procedimientos, limitando la comprensión conceptual y la relación entre las representaciones algebraicas y gráficas. En este contexto, el objetivo de la presente investigación fue evaluar el efecto de una propuesta didáctica basada en GeoGebra sobre el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en cadetes de décimo año de la Unidad Educativa de Fuerzas Armadas Colegio Militar N.º 12 "Capitán Giovanni Calles", durante el período lectivo 2025-2026. La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto, con un diseño pre experimental de un solo grupo, mediante la aplicación de un pre test, una intervención didáctica y un pos test. La muestra estuvo conformada por 60 cadetes de décimo año de Educación General Básica. La propuesta didáctica, denominada "Sistemas en Movimiento", integró actividades de exploración, representación gráfica, resolución de problemas y verificación de resultados mediante el software GeoGebra. Los resultados evidenciaron una mejora significativa en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales, reflejada en el incremento del rendimiento académico, en diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el posttest ($p < 0,001$) y en una ganancia normalizada de Hake de 0,67, correspondiente a un nivel de aprendizaje medio-alto. Se concluye que la incorporación de GeoGebra constituye una estrategia didáctica pertinente para fortalecer la comprensión conceptual, el pensamiento algebraico y la interpretación gráfica de los sistemas de ecuaciones lineales, siempre que su implementación esté acompañada de una adecuada planificación pedagógica y de la mediación activa del docente.

Palabras Clave: GeoGebra; sistemas de ecuaciones lineales; pensamiento algebraico; aprendizaje significativo; tecnología educativa; enseñanza de las matemáticas

Abstract: Teaching systems of linear equations remains a significant challenge in Basic General Education, as traditional teaching approaches often emphasize the mechanical application of algebraic procedures, limiting students' conceptual understanding and their ability to connect algebraic and graphical representations. In this context, the aim of this study was to evaluate the effect of a GeoGebra-based teaching proposal on learning systems of linear equations among tenth-grade students at the Armed Forces Educational Institution *Capitán Giovanni Calles Military School No. 12* during the 2025–2026 academic year. The research adopted a mixed-methods approach with a pre-experimental one-group design, including a pretest, an instructional intervention, and a posttest. The sample consisted of 60 tenth-grade students. The instructional proposal, entitled "Systems in Motion," integrated activities focused on mathematical exploration, graphical representation, problem-solving, and result verification using GeoGebra software. The findings showed a significant improvement in students' learning of systems of linear equations, reflected in higher academic performance, statistically significant differences between the pretest and posttest ($p < 0.001$), and a normalized Hake gain of 0.67, corresponding to a medium-to-high learning gain. It is concluded that the integration of GeoGebra constitutes an effective teaching strategy for strengthening conceptual understanding teacher guidance.

Keywords: GeoGebra; systems of linear equations; algebraic thinking; meaningful learning; educational technology; mathematics education.

1 INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas desempeña un papel fundamental en la formación integral de los cadetes, ya que contribuye al desarrollo del razonamiento lógico, el pensamiento crítico y la capacidad para resolver problemas en diferentes contextos. Dentro de esta disciplina, los sistemas de ecuaciones lineales constituyen un contenido esencial del currículo de Educación General Básica, debido a que permiten modelar situaciones de la vida cotidiana, establecer relaciones entre variables y fortalecer el pensamiento algebraico (Ministerio de Educación del Ecuador, 2016; NCTM, 2014). Sin embargo, diversos estudios evidencian que este contenido continúa representando una dificultad para los cadetes, quienes frecuentemente presentan problemas para interpretar el significado de las soluciones y establecer conexiones entre las representaciones algebraicas y gráficas.

Estas dificultades están estrechamente relacionadas con el predominio de metodologías tradicionales centradas en la aplicación mecánica de algoritmos, donde el aprendizaje suele orientarse hacia la obtención de respuestas correctas más que a la comprensión de los conceptos matemáticos. Este enfoque limita el desarrollo del pensamiento crítico, el análisis y la comprensión conceptual, dificultando la construcción de un aprendizaje significativo y la aplicación de los conocimientos en situaciones nuevas. Esta perspectiva coincide con la teoría del aprendizaje significativo propuesta por Ausubel (2002), quien sostiene que el aprendizaje adquiere mayor sentido cuando los nuevos conocimientos se relacionan con los saberes previos del estudiante. Asimismo, Piaget (1975) plantea que la construcción del conocimiento se produce mediante la interacción activa del estudiante con su entorno, mientras que Vygotsky (1978) destaca la importancia de la interacción social y la mediación docente en el desarrollo cognitivo.

Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, Duval (2017) sostiene que la comprensión de los conceptos matemáticos depende de la capacidad de los cadetes para coordinar y transformar diferentes formas de representación, como el lenguaje algebraico, las gráficas, las tablas y el lenguaje verbal. En el caso de los sistemas de ecuaciones lineales, la dificultad para relacionar una ecuación con su representación gráfica constituye uno de los principales obstáculos para la construcción del conocimiento matemático, ya que muchos cadetes resuelven los procedimientos algebraicos sin comprender el significado geométrico de las soluciones obtenidas. De igual manera, la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (2007) sostiene que el aprendizaje matemático se fortalece cuando los cadetes enfrentan situaciones problemáticas que favorecen la construcción activa del conocimiento, mientras que Vergnaud (1990) señala que la comprensión de los conceptos matemáticos requiere el análisis de diversas situaciones y representaciones.

Ante esta realidad, la incorporación de tecnologías digitales ha generado nuevas posibilidades para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entre las herramientas más utilizadas destaca GeoGebra, un software de matemática dinámica que integra representaciones algebraicas, geométricas y gráficas en un mismo entorno de aprendizaje.

De acuerdo con Hohenwarter y Preiner (2007), GeoGebra favorece la exploración, la visualización, la experimentación matemática y la interacción entre las representaciones algebraicas y gráficas, facilitando la comprensión de conceptos abstractos y el fortalecimiento del razonamiento matemático de los cadetes. Además, el equipo desarrollador de GeoGebra (GeoGebra Team, 2024) destaca que esta herramienta promueve el aprendizaje interactivo mediante la integración de múltiples representaciones matemáticas en un entorno dinámico. Por otra parte, Mayer (2021) sostiene que el aprendizaje mejora cuando la información se presenta de manera integrada mediante recursos visuales e interactivos, favoreciendo el procesamiento cognitivo.

Investigaciones recientes respaldan la incorporación de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas, al evidenciar que su utilización favorece la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales mediante la visualización dinámica del punto de intersección entre rectas y la relación entre los procedimientos algebraicos y sus representaciones gráficas (Hohenwarter y Preiner, 2007; Duval, 2017). De igual manera, diversos estudios coinciden en que el empleo de recursos tecnológicos incrementa la motivación, la participación activa y el interés por el aprendizaje, favoreciendo la construcción de conocimientos de forma más interactiva. En concordancia con ello, la UNESCO (2023) reconoce que la integración de tecnologías digitales constituye una estrategia para fortalecer la calidad de los procesos educativos y promover aprendizajes más inclusivos.

En la Unidad Educativa de Fuerzas Armadas Colegio Militar N.º 12 "Capitán Giovanni Calles" se identificó que los cadetes de décimo año presentaban dificultades para interpretar gráficamente los sistemas de ecuaciones lineales, comprender el significado de las soluciones obtenidas y relacionar los procedimientos algebraicos con su representación en el plano cartesiano. Estas dificultades incidían en el rendimiento académico y evidenciaban la necesidad de implementar estrategias didácticas innovadoras que promovieran una mayor comprensión conceptual mediante el uso de herramientas tecnológicas. Como respuesta a esta problemática, se diseñó la propuesta didáctica "Sistemas en Movimiento", basada en el uso pedagógico de GeoGebra para favorecer la exploración matemática, la representación gráfica, la resolución de problemas y la verificación de resultados en un entorno de aprendizaje interactivo.

En este contexto, el objetivo de la presente investigación fue evaluar el efecto de una propuesta didáctica basada en GeoGebra sobre el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en cadetes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa de Fuerzas Armadas Colegio Militar N.º 12 "Capitán Giovanni Calles", durante el período lectivo 2025-2026.

2. METODOLOGIA

1. Enfoque y Diseño

Se adoptó un enfoque mixto (cuantitativo y cualitativo), lo que permitió una visión integral del fenómeno estudiado: desde la precisión de los datos estadísticos hasta la comprensión de los procesos cognitivos implicados. El diseño fue preexperimental con un solo grupo ($O_1 \times O_2$), donde:

- O_1 : Pretest (Diagnóstico de ideas previas).
- X: Aplicación de la propuesta didáctica con GeoGebra.
- O_2 : Postest (Evaluación de la ganancia de aprendizaje).

2. Participantes y Contexto

La investigación se desarrolló en la Unidad Educativa “Giovanni Calles”, específicamente con cadetes de Décimo Año de Educación General Básica. La población estuvo conformada por 90 cadetes.

Para garantizar la validez estadística de los resultados, se calculó una muestra representativa mediante la fórmula para poblaciones finitas. Como resultado, se trabajó con una muestra de 60 cadetes, con edades comprendidas entre 14 y 15 años. La selección de los participantes se realizó mediante un **muestreo no probabilístico por conveniencia**, considerando la disponibilidad de los cadetes, la autorización institucional y la participación continua durante todas las fases de la investigación.

3. Intervención didáctica

La propuesta didáctica, denominada “Sistemas en Movimiento”, se desarrolló en cuatro sesiones de 45 minutos cada una. El software GeoGebra constituyó el eje central del proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo estructurar la intervención en cinco momentos:

Exploración dinámica: Se utilizaron deslizadores para modificar los coeficientes a, b y c en las ecuaciones lineales, observando el comportamiento gráfico de las rectas.

Generación de conjeturas: Los cadetes formularon hipótesis sobre el comportamiento de los sistemas (intersección, paralelismo o coincidencia).

Justificación analítica: Se resolvieron los sistemas mediante métodos algebraicos tradicionales, verificando la correspondencia con la representación gráfica.

Verificación tecnológica: Se empleó el comando de intersección de GeoGebra para validar los resultados obtenidos.

Consolidación: Se aplicaron los conocimientos en la resolución de problemas contextualizados.

Durante la intervención, el docente desempeñó un rol activo en la mediación pedagógica, orientando el uso del software mediante preguntas guiadas y estrategias de andamiaje. Esto permitió que GeoGebra trascendiera su función como herramienta técnica y se convirtiera en un instrumento de pensamiento matemático.

4. Instrumentos

Se utilizó una matriz de ítems espejo (isomorfismo) para la elaboración del pretest y postest, garantizando la evaluación del mismo constructo conceptual con diferentes niveles de complejidad cognitiva. Mientras el pretest se centró en el reconocimiento e intuición de conceptos, el postest exigió una mayor articulación entre representaciones algebraicas y gráficas mediante el uso de GeoGebra.

Además, se recopilaron archivos digitales y capturas de pantalla de las construcciones realizadas por los cadetes, constituyendo evidencia cualitativa del proceso de aprendizaje y de la coordinación de registros de representación.

5. Procedimiento

El estudio se desarrolló en tres fases:

Fase de diagnóstico: Se identificaron las dificultades en la interpretación de soluciones de sistemas de ecuaciones lineales mediante el pretest.

Fase de intervención: Se implementó la propuesta didáctica con GeoGebra Classroom, lo que permitió al docente monitorear en tiempo real el trabajo de los cadetes y proporcionar retroalimentación inmediata.

Fase de evaluación: Se aplicó el postest para determinar el nivel de aprendizaje alcanzado, evidenciando el paso de una comprensión mecánica a una comprensión relacional.

6. Plan de análisis de datos

El análisis de la información se realizó mediante triangulación de datos, integrando los enfoques cuantitativo y cualitativo.

6.1. Análisis cuantitativo: medición de la ganancia de aprendizaje

Los datos obtenidos en el pretest y postest fueron organizados y procesados mediante software estadístico (SPSS y Excel). Se aplicaron los siguientes análisis:

Se calcularon medidas de tendencia central (media y mediana) y de dispersión (desviación estándar), con el propósito de describir el desempeño de los cadetes antes y después de la intervención.

Ganancia normalizada de Hake (g): utilizada para medir la efectividad de la intervención didáctica. Los resultados se clasificaron en ganancia baja ($g < 0.3$), media ($0.3 \leq g < 0.7$) y alta ($g \geq 0.7$).

Prueba t de Student para muestras relacionadas: permitió determinar si las diferencias entre el pretest y el posttest fueron estadísticamente significativas, previa evaluación del supuesto de normalidad mediante la prueba de Shapiro-Wilk.

6.2. Análisis cualitativo: evaluación de los registros semióticos

El análisis cualitativo se basó en la Teoría de Registros de Representación Semiótica, considerando los siguientes niveles:

- Tratamiento: Se evaluó la capacidad del estudiante para manipular expresiones dentro de un mismo registro.
- Conversión: Se analizó la habilidad para trasladar información entre registros algebraicos y gráficos.
- Prueba de arrastre (drag test): Se verificó la estabilidad de las construcciones dinámicas, evidenciando la comprensión estructural de los conceptos.

6.3. Triangulación de resultados

Se contrastaron los resultados cuantitativos con las evidencias cualitativas obtenidas en GeoGebra Classroom. Esto permitió no solo medir el nivel de mejora alcanzado por los cadetes, sino también comprender los procesos que facilitaron la superación de dificultades conceptuales.

7. Consideraciones éticas

El estudio contó con la autorización de las autoridades institucionales. Se obtuvo el consentimiento informado de los padres de familia y el asentimiento de los cadetes, garantizando la confidencialidad el anonimato y el uso de la información exclusivamente con fines académicos.

3.- RESULTADOS

La presentación de los resultados se estructura en función del objetivo de la investigación, orientado a evaluar el efecto de la propuesta didáctica "**Sistemas en Movimiento**", basada en el uso de GeoGebra, sobre el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en cadetes de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa de Fuerzas Armadas Colegio Militar N.º 12 "Capitán Giovanni Calles".

La investigación se desarrolló con una muestra de **60 cadetes**, quienes participaron en todas las fases de la intervención didáctica. Para evaluar el efecto de la propuesta se integraron resultados cuantitativos, obtenidos mediante la aplicación del pretest y el postest, con evidencias cualitativas derivadas de la observación del desempeño de los cadetes durante el desarrollo de las actividades en GeoGebra. Esta integración permitió valorar no solo los cambios en el rendimiento académico, sino también la evolución de la comprensión conceptual y de la relación entre las representaciones algebraicas y gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales.

Análisis del Desempeño Cognitivo y Ganancia de Hake (g)

Con el propósito de identificar el nivel de aprendizaje alcanzado por los cadetes, se aplicaron un **pretest** antes de la intervención didáctica y un **postest** al finalizar la implementación de la propuesta. Los resultados del diagnóstico inicial evidenciaron que los cadetes presentaban dificultades para interpretar el significado de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales, representar gráficamente las rectas en el plano cartesiano y relacionar los procedimientos algebraicos con su interpretación geométrica. Asimismo, predominaba el uso mecánico de los métodos de sustitución, igualación y reducción, sin una comprensión profunda de los conceptos involucrados.

El análisis descriptivo del pretest mostró un **28 % de respuestas correctas** y un **72 % de respuestas incorrectas**, lo que reflejó un bajo dominio de los contenidos evaluados. Después de la aplicación de la propuesta didáctica basada en GeoGebra, el postest evidenció un incremento en el desempeño de los cadetes, alcanzando un **76 % de respuestas correctas** y reduciendo el porcentaje de respuestas incorrectas al **24 %**.

Con el fin de determinar la efectividad de la intervención, se calculó la **ganancia normalizada de Hake (g)**, indicador que permite estimar el aprendizaje alcanzado a partir de la comparación entre los resultados del pretest y del postest. Para ello se empleó la siguiente expresión:

$$g = \frac{\% \text{ postest} - \% \text{ pretest}}{100 - \% \text{ pretest}}$$

La aplicación de este indicador permitió obtener una **ganancia normalizada de 0,67**, valor que corresponde a una **ganancia media**, de acuerdo con la clasificación propuesta por Hake. Este resultado evidencia que la implementación de la propuesta didáctica basada en GeoGebra favoreció el aprendizaje de los cadetes, fortaleciendo la comprensión conceptual de los sistemas de ecuaciones lineales y la capacidad para relacionar las representaciones algebraicas y gráficas durante la resolución de problemas.

La disminución del porcentaje de respuestas incorrectas, del **72 %** en el pretest al **24 %** en el postest, también evidencia un avance en el proceso de aprendizaje. Durante el desarrollo de las actividades se observó que los cadetes utilizaron con mayor seguridad las herramientas de GeoGebra para representar sistemas de ecuaciones lineales, verificar sus procedimientos y justificar las soluciones obtenidas, mostrando una participación más activa y una mejor comprensión de los conceptos trabajados.

Análisis inferencial de los resultados

Con el propósito de determinar si las diferencias observadas entre el pretest y el postest fueron estadísticamente significativas, se aplicó la prueba **t de Student para muestras relacionadas**, considerando el tamaño de la muestra ($n = 60$) y la naturaleza de las mediciones antes y después de la intervención.

Los resultados evidenciaron diferencias estadísticamente significativas entre las puntuaciones obtenidas en el pretest y el postest ($t(59) = 24,50$; $p < 0,001$), lo que confirma que la propuesta didáctica basada en GeoGebra produjo una mejora significativa en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

Desarrollo de la intervención didáctica

La implementación de la propuesta didáctica "**Sistemas en Movimiento**" se desarrolló en dos momentos complementarios. En una primera fase se impartió una clase introductoria en el aula, en la que se utilizaron la pizarra, reglas y cuadernos de trabajo para abordar los conceptos fundamentales de los sistemas de ecuaciones lineales. Durante esta etapa se explicaron los métodos algebraicos de resolución (sustitución, igualación y reducción), así como la representación de rectas en el plano cartesiano, con el propósito de identificar los conocimientos previos y establecer las bases conceptuales necesarias para el desarrollo de la intervención.

Figura 1. *Desarrollo de la clase tradicional sobre sistemas de ecuaciones lineales mediante el uso de pizarra.*





Nota: Elaboración propia

Como se observa en la **Figura 1**, la fase introductoria de la intervención didáctica se desarrolló mediante una clase presencial apoyada en el uso de la pizarra, cuadernos de trabajo y la orientación permanente de la docente. Durante esta etapa se abordaron los conceptos fundamentales de los sistemas de ecuaciones lineales, así como los métodos de resolución por sustitución, igualación y reducción, con el propósito de fortalecer los conocimientos previos de los cadetes antes de la implementación de la propuesta didáctica basada en GeoGebra.

Durante el desarrollo de esta actividad se evidenció que los cadetes lograban resolver ejercicios aplicando procedimientos algebraicos previamente aprendidos; sin embargo, presentaban dificultades para interpretar el significado de las soluciones obtenidas, establecer relaciones entre las expresiones algebraicas y su representación gráfica, y explicar el comportamiento de las rectas en el plano cartesiano. Estas observaciones confirmaron la necesidad de incorporar estrategias didácticas que favorecieran una comprensión más visual e interactiva de los contenidos.

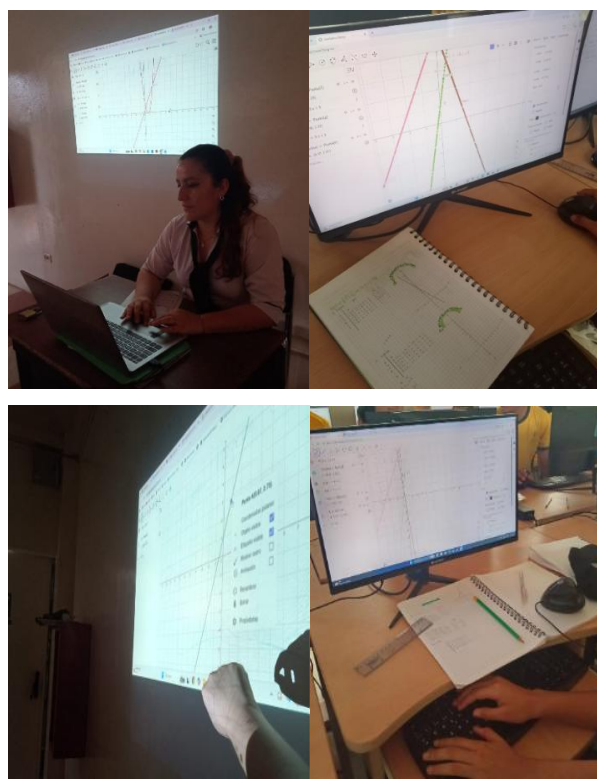
En una segunda fase, los cadetes fueron trasladados al laboratorio de informática para iniciar la implementación de la propuesta didáctica mediante GeoGebra. En esta etapa se realizó una capacitación inicial sobre el uso del software, abordando las principales herramientas para la representación gráfica de ecuaciones lineales, la construcción de rectas y la identificación del punto de intersección como solución de un sistema de ecuaciones.

B. Capacitación y utilización de GeoGebra en el laboratorio de informática.

La segunda fase de la intervención didáctica se desarrolló en el laboratorio de informática, donde se implementó la propuesta **"Sistemas en Movimiento"** mediante el uso del software **GeoGebra**. En esta etapa, los cadetes recibieron una capacitación inicial orientada al manejo de las principales herramientas del programa, con el propósito de representar gráficamente sistemas de ecuaciones lineales, analizar el comportamiento de las rectas e identificar el punto de intersección como solución del sistema.

La incorporación de GeoGebra favoreció la visualización dinámica de los conceptos trabajados previamente en el aula, permitiendo que los cadetes relacionaran las representaciones algebraicas con sus correspondientes representaciones gráficas. Asimismo, el uso del software promovió la exploración, la formulación de hipótesis y la verificación inmediata de los procedimientos realizados, fortaleciendo la comprensión conceptual de los sistemas de ecuaciones lineales.

Figura 2. *Capacitación de los cadetes en el uso de GeoGebra durante la implementación de la propuesta didáctica en el laboratorio de informática.*



Nota: Elaboración propia

Como se observa en la **Figura 2**, la capacitación permitió que los cadetes se familiarizaran con las herramientas de GeoGebra para la construcción y representación de sistemas de ecuaciones lineales. La posibilidad de modificar los coeficientes de las ecuaciones y visualizar en tiempo real los cambios producidos en las rectas facilitó la comprensión del significado geométrico de las soluciones y promovió una participación más activa durante el proceso de aprendizaje.

Coordinación de registros de representación semiótica

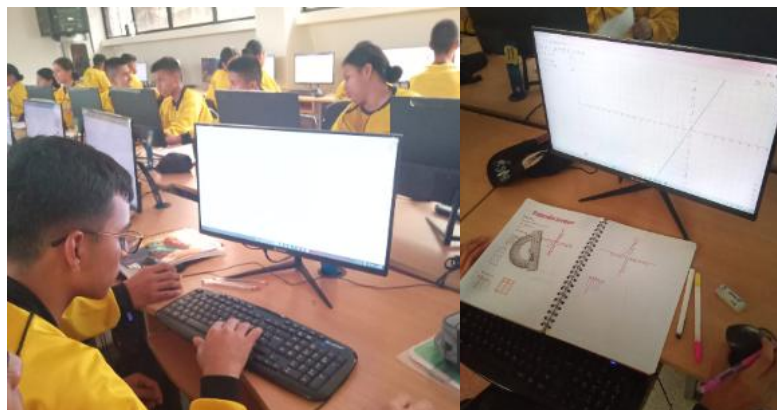
El análisis cualitativo evidenció que la incorporación de GeoGebra favoreció la coordinación entre los registros de representación algebraico y gráfico, aspecto fundamental para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales. A medida que avanzó la intervención didáctica, los cadetes lograron establecer relaciones entre las expresiones algebraicas y sus representaciones en el plano cartesiano,

fortaleciendo la interpretación del significado geométrico de las soluciones y mejorando la resolución de problemas.

A. Registro gráfico y visualización dinámica

Una vez familiarizados con el software, los cadetes utilizaron GeoGebra para representar gráficamente diferentes sistemas de ecuaciones lineales. Mediante la manipulación de las ecuaciones y la observación dinámica del comportamiento de las rectas, identificaron los diferentes tipos de soluciones, analizaron la posición relativa de las rectas en el plano cartesiano y verificaron los resultados obtenidos mediante los procedimientos algebraicos.

Figura 3. Representación gráfica de sistemas de ecuaciones lineales mediante GeoGebra durante el desarrollo de las actividades de aprendizaje.



Nota: Elaboración propia.

Se observa en la **Figura 3**, la representación dinámica de los sistemas de ecuaciones permitió que los cadetes visualizaran de forma simultánea las expresiones algebraicas y sus correspondientes representaciones gráficas. Esta interacción favoreció la conversión entre ambos registros de representación, permitiendo interpretar con mayor facilidad el significado del punto de intersección de las rectas como solución del sistema.

Asimismo, la posibilidad de modificar los coeficientes de las ecuaciones y observar los cambios producidos en tiempo real fortaleció el razonamiento matemático, promoviendo la formulación de conjeturas, la verificación de resultados y la comprensión de las relaciones existentes entre los diferentes tipos de sistemas de ecuaciones lineales.

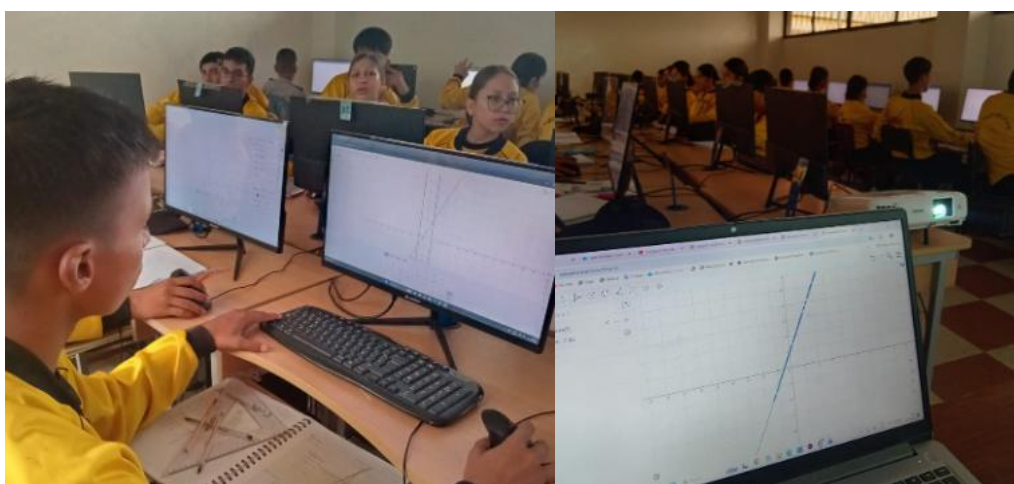
B. Exploración autónoma y formulación de conjeturas

Una vez concluida la fase de capacitación, los cadetes desarrollaron actividades prácticas utilizando GeoGebra de manera autónoma. Durante esta etapa exploraron diferentes sistemas de ecuaciones lineales

mediante la modificación de coeficientes y términos independientes, con el propósito de analizar el comportamiento de las rectas en el plano cartesiano e interpretar las variaciones que se producían en sus puntos de intersección.

La manipulación dinámica de las representaciones permitió que los cadetes formularan conjeturas sobre el comportamiento de los sistemas de ecuaciones lineales, identificando cuándo las rectas se interceptaban en un único punto, eran paralelas o coincidían. Posteriormente, estas hipótesis fueron contrastadas mediante la resolución algebraica de los sistemas, fortaleciendo la relación entre los registros de representación algebraico y gráfico.

Figura 4. *Exploración autónoma de sistemas de ecuaciones lineales mediante GeoGebra y formulación de conjeturas a partir de la representación gráfica.*



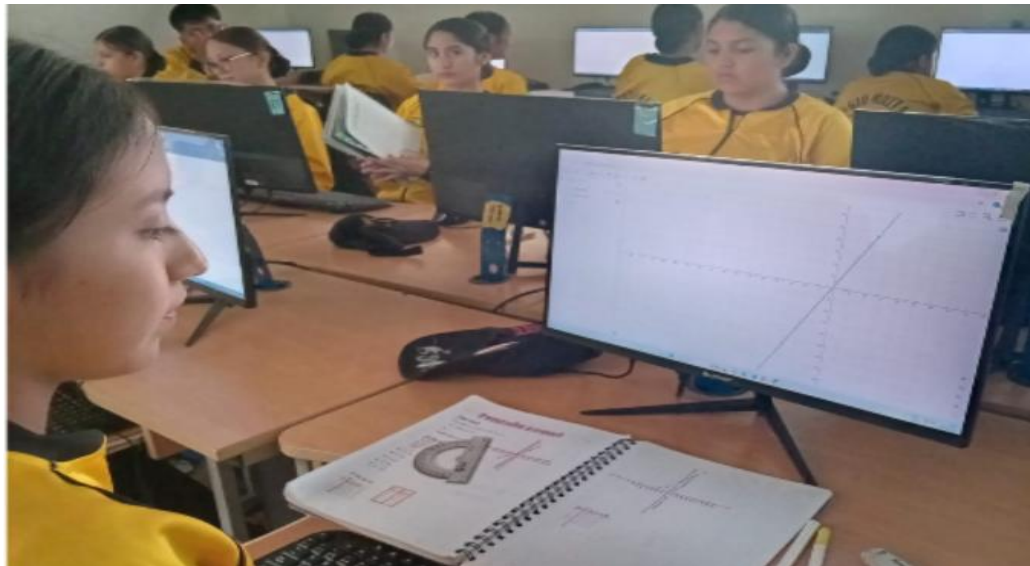
Nota: Elaboración propia.

Durante las actividades mostradas en la Figura 4, los cadetes exploraron de forma autónoma diferentes configuraciones de los sistemas de ecuaciones lineales, modificando coeficientes y términos independientes para analizar los cambios producidos en las representaciones gráficas.

Evidencia del proceso de conversión semiótica

Uno de los principales hallazgos de la investigación fue la capacidad desarrollada por los cadetes para establecer relaciones entre el registro de representación algebraico y el registro de representación gráfico durante la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. El uso de GeoGebra facilitó este proceso de conversión, permitiendo que los cadetes interpretaran las expresiones algebraicas mediante su representación en el plano cartesiano y comprendieran el significado geométrico de las soluciones obtenidas.

Figura 5. *Conversión entre los registros de representación algebraico y gráfico mediante el uso de GeoGebra durante la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.*



Nota: Elaboración propia.

La **Figura 5** ilustra el proceso mediante el cual los cadetes establecieron correspondencias entre las ecuaciones lineales y sus representaciones gráficas, identificando el punto de intersección como solución del sistema. La interacción dinámica proporcionada por GeoGebra permitió verificar los procedimientos algebraicos y analizar el comportamiento de las rectas al modificar los coeficientes de las ecuaciones.

Asimismo, se evidenció un avance en la comprensión conceptual de los sistemas de ecuaciones lineales, ya que los cadetes dejaron de centrarse únicamente en la aplicación mecánica de algoritmos y comenzaron a interpretar el significado matemático de las soluciones desde diferentes registros de representación. Estos resultados son consistentes con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval, la cual sostiene que la comprensión de un concepto matemático se fortalece cuando el estudiante es capaz de coordinar y convertir información entre distintos registros de representación.

Validación de la propuesta didáctica

Los resultados obtenidos evidencian que la propuesta didáctica "**Sistemas en Movimiento**", basada en el uso de GeoGebra, favoreció el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en los **60 cadetes** participantes. La comparación entre los resultados del pretest y del postest mostró una mejora en el desempeño académico, reflejada en el incremento de las respuestas correctas, la disminución de los errores y una **ganancia normalizada de Hake ($g = 0,67$)**.

Asimismo, durante el desarrollo de las actividades se observó una mayor participación e interés de los cadetes, quienes lograron establecer relaciones entre las representaciones algebraicas y gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales. En conjunto, estos resultados respaldan la efectividad de la propuesta

didáctica y el aporte de GeoGebra como recurso para fortalecer la comprensión conceptual y el aprendizaje de este contenido matemático.

4 DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos evidencian que la implementación de la propuesta didáctica "Sistemas en Movimiento", basada en el uso de GeoGebra, favoreció el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en los 60 cadetes participantes. La mejora observada entre los resultados del pretest y del postest, junto con la ganancia normalizada de Hake ($g = 0,67$), demuestra que la incorporación de recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza contribuyó al fortalecimiento de la comprensión conceptual y al desarrollo de habilidades para la resolución de problemas matemáticos. Asimismo, el análisis inferencial confirmó que las diferencias entre ambas mediciones fueron estadísticamente significativas ($t(59) = 24,50$; $p < 0,001$), lo que respalda que la mejora observada estuvo asociada con la implementación de la propuesta didáctica basada en GeoGebra.

Estos hallazgos coinciden con lo planteado por **Hohenwarter y Fuchs (2007)**, quienes señalan que GeoGebra facilita la visualización dinámica de los objetos matemáticos y favorece un aprendizaje activo mediante la exploración y la experimentación. Durante la intervención, los cadetes no solo aplicaron procedimientos algebraicos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, sino que también lograron representar gráficamente las soluciones, verificar sus resultados e interpretar el significado geométrico del punto de intersección de las rectas.

De igual manera, los resultados respaldan los planteamientos de **Duval (2017)** sobre la importancia de la coordinación entre los registros de representación semiótica en el aprendizaje de las matemáticas. El uso de GeoGebra permitió que los cadetes establecieran relaciones entre las expresiones algebraicas y sus representaciones gráficas, favoreciendo los procesos de conversión entre registros y fortaleciendo una comprensión más profunda de los conceptos abordados. Este proceso contribuyó a superar las dificultades identificadas durante el diagnóstico inicial, caracterizadas por una resolución mecánica de los ejercicios sin una adecuada interpretación de las soluciones.

Asimismo, la intervención didáctica evidenció un incremento en la participación, el interés y la motivación de los cadetes durante las actividades desarrolladas en el laboratorio de informática. La posibilidad de interactuar con representaciones dinámicas promovió un aprendizaje más activo, permitiendo que los cadetes formularan conjeturas, comprobaran sus procedimientos y construyeran el conocimiento mediante la exploración de diferentes situaciones matemáticas.

Si bien los resultados obtenidos permiten confirmar la efectividad de la propuesta didáctica en el contexto de estudio, es importante señalar que la investigación se desarrolló con una muestra de **60 cadetes** pertenecientes a una sola institución educativa. En este sentido, futuras investigaciones podrían ampliar la

población de estudio e incorporar diseños experimentales con grupos de control, con el propósito de contrastar los resultados y fortalecer la evidencia sobre el impacto de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales.

5.- CONCLUSIONES

La implementación de la propuesta didáctica "**Sistemas en Movimiento**", basada en el uso de GeoGebra, permitió fortalecer el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en los **60 cadetes** de décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa de Fuerzas Armadas Colegio Militar N.º 12 "Capitán Giovanni Calles". Los resultados obtenidos evidenciaron una mejora en la comprensión conceptual, la interpretación gráfica y la resolución de problemas, reflejada en el incremento del rendimiento académico entre el pretest y el postest y en una **ganancia normalizada de Hake ($g = 0,67$)**.

La utilización de GeoGebra favoreció la coordinación entre las representaciones algebraicas y gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales, permitiendo que los cadetes comprendieran el significado de las soluciones desde una perspectiva dinámica e interactiva. Este proceso contribuyó al desarrollo del pensamiento algebraico y promovió un aprendizaje más significativo al integrar la exploración, la experimentación y la verificación de resultados.

Finalmente, se concluye que la incorporación de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas constituye una estrategia didáctica eficaz para fortalecer la comprensión de contenidos abstractos y aumentar la participación de los cadetes en el proceso de aprendizaje. Se recomienda replicar esta propuesta en otras instituciones educativas y desarrollar investigaciones con diseños experimentales y grupos de control que permitan ampliar la evidencia sobre la efectividad de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas.

FINANCIACIÓN

Los autores no recibieron financiación para el desarrollo de la presente investigación.

CONFLICTO DE INTERESES

Los Autores declaran que no existe conflicto de intereses con su investigación

CONTRIBUCIÓN DE AUTORÍA

En concordancia con la taxonomía establecida internacionalmente para la asignación de créditos a autores de artículos científicos (<https://credit.niso.org/>). Los autores declaran sus contribuciones en la siguiente matriz:

	Autor 1.	Autor 2.	Autor 3.	Autor 4.
Participar activamente en:				
Conceptualización	X	X	X	X
Análisis formal	X	X	X	X
Adquisición de fondos	X	X	X	X
Investigación	X	X	X	X
Metodología	X	X	X	X
Administración del proyecto	X	X	X	X
Recursos	X	X	X	X
Redacción –borrador original	X	X	X	X
Redacción –revisión y edición	X	X	X	X
La discusión de los resultados	X	X	X	X
Revisión y aprobación de la versión final del trabajo.	X	X	X	X

6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Paidós.

Brousseau, G. (2007). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Springer.

Duval, R. (2017). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>

Hake, R. R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64–74. <https://doi.org/10.1119/1.18809>

Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2007). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference*. University of Salzburg.

Ministerio de Educación del Ecuador. (2016). *Currículo de los niveles de Educación Obligatoria*. Ministerio de Educación del Ecuador.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. NCTM.

Piaget, J. (1975). *La equilibración de las estructuras cognitivas*. Siglo XXI.

UNESCO. (2023). *Reimaginar juntos nuestros futuros: Un nuevo contrato social para la educación*. UNESCO.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2–3), 133–170.

Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.

Mayer, R. E. (2021). *Multimedia Learning* (3.^a ed.). Cambridge University Press.

GeoGebra Team. (2024). *GeoGebra Manual*. <https://www.geogebra.org/manual>.