

The Establishment of Vector Analysis: A Critical Review of Its Theoretical Evolution and Its Influence on the Formalization of Physical-Mathematical Sciences

Instauración del Análisis Vectorial: una revisión crítica de su evolución teórica y de su influencia en la formalización de las Ciencias Físico–Matemáticas

Robinson Fernando, Portilla – Flores ¹[0000-0002-3826-5077], Pascual, Jara – Martínez ²[0000-0003-0367-3465],
Luis Cornelio, Recalde – Caicedo ³[0000-0001-9896-0023]

¹ Universidad de Granada Doctorando en Matemáticas Granada – España.

² Universidad de Granada Catedrático de Universidad Granada – España.

³ Universidad del Valle Profesor Cali – Colombia.

robinsonfer82@correo.ugr.es pjara@ugr.es luis.recalde@correounivalle.edu.co

CITA EN APA:

Portilla – Flores, R. F., Jara – Martínez, P., & Recalde – Caicedo, L. C. (2025). Instauración del Análisis Vectorial: una revisión crítica de su evolución teórica y de su influencia en la formalización de las Ciencias Físico–Matemáticas. *Tesla Revista Científica*, 5(2).
<https://doi.org/10.55204/trc.v5i2.e564>

Recibido: 2025-10-15

Aceptado: 2025-12-02

Publicado: 2025-12-30

TESLA

Revista Científica

ISSN: 2796-9320



Los contenidos de este artículo están bajo una licencia de Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Los autores conservan los derechos morales y patrimoniales de sus obras. The contents of this article are under a Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license. The authors retain the moral and patrimonial rights of their works.

Resumen: Introducción: El análisis vectorial ha jugado un papel crucial en la evolución de las ciencias físicas y matemáticas, actuando como un lenguaje común para explicar fenómenos físicos como el electromagnetismo, el movimiento, la conducción del calor, entre otros. La aparición de esta disciplina está vinculada con la necesidad de establecer un marco matemático efectivo para entender el electromagnetismo y la mecánica analítica durante el siglo XIX. **Objetivo:** Examinar de manera crítica los eventos y teorías clave que contribuyeron a la aceptación del análisis vectorial, empezando desde sus raíces en la geometría algebraica hasta su adopción como lenguaje convencional en las disciplinas de física y matemáticas contemporáneas aceptadas por las comunidades científicas. **Metodología:** Consiste en una revisión sistemática, siguiendo los criterios de inclusión y exclusión establecidos en el protocolo PRISMA, considerando artículos publicados entre 2014 y 2024 en instituciones científicas de renombre, dando un resultado de 17 artículos seleccionados y muestran cómo las innovaciones conceptuales, los debates teóricos y los contextos socioculturales impactaron su evolución, además de su formalización mediante sistemas algebraicos y lógicas de orden superior que incrementaron su precisión y capacidad de verificación. **Conclusiones:** resaltan que el avance del análisis vectorial representa una interacción activa entre la ciencia, la tecnología y la sociedad, convirtiéndose en un elemento esencial para interpretar fenómenos físicos y establecer un lenguaje compartido en la comunidad científica. **Palabras Clave:** Análisis vectorial; Historia y evolución; Sistemas algebraicos; Física matemática.

Abstract: Introduction: Vector analysis has played a crucial role in the evolution of the physical and mathematical sciences, acting as a common language to explain physical phenomena such as electromagnetism, motion, and heat conduction, among others. The emergence of this discipline is linked to the need to establish an effective mathematical framework for understanding electromagnetism and analytical mechanics during the 19th century. **Objective:** was to critically examine the key events and theories that contributed to the acceptance of vector analysis, from its roots in algebraic geometry to its adoption as a conventional language in contemporary physics and mathematics disciplines accepted by the scientific community. **Methodology:** consists of a systematic review, following the inclusion and exclusion criteria established in the PRISMA protocol, considering articles published between 2014 and 2024 in reputable scientific institutions, resulting in 17 selected articles. The most important findings show how conceptual innovations, theoretical debates, and sociocultural contexts impacted its evolution, as well as its formalization through algebraic systems and higher-order logics that increased its precision and verifiability. **Conclusions:** highlight that the advancement of vector analysis represents an active interaction between science, technology, and society, making it an essential element for interpreting physical phenomena and establishing a shared language within the scientific community.

Keywords: Vector analysis; History and evolution; Algebraic systems; Mathematical physics.

1. INTRODUCCIÓN

La segunda mitad del siglo XIX es un período importante en el desarrollo del pensamiento científico, una época en la que se produjeron cambios significativos en las matemáticas que fueron más allá de la simple acumulación de métodos y teoremas, dado que buscaba resolver la necesidad sentida de establecer formalismos cuantitativos que permitan describir los fenómenos físicos, químicos, biológicos y sociológicos, entre otros (Cámac et al., 2023). Durante esta fase, la comunidad científica enfrentó el desafío de desarrollar un lenguaje matemático que pudiera describir claramente los fenómenos físicos como los requeridos por la teoría electromagnética y la mecánica analítica de Maxwell (Pomboza & Criollo, 2024). El análisis vectorial surgió como una solución a este requerimiento, consolidándose no sólo como una herramienta de análisis y representación, sino también como un nuevo marco conceptual que cambió la forma en que entendemos el espacio, el movimiento y la interacción física (Cabrera et al., 2022). Esta revolución discreta, llevada a cabo por figuras como Hamilton, Grassmann que fue respaldada por personajes como Peter Tait y posteriormente estructurada por Gibbs y Heaviside, representó un cambio de los sistemas cuaternarios tradicionales y la notación cartesiana a una forma organizada y coherente.

El marco más amplio de estos cambios se encuentra en un siglo caracterizado por la industrialización, el desarrollo del positivismo científico y la formalización de diversas disciplinas académicas. Las universidades de Europa y América del Norte experimentaron un crecimiento sin precedentes, lo que generó una demanda para estandarizar la enseñanza de las ciencias exactas (Steiner & Cardoso, 2023). La física, que hasta entonces había mantenido una interacción práctica pero informal con las matemáticas, empezó a exigir un nivel de rigor similar a la geometría de Euclides y al cálculo de Leibniz (Pérez, 2023). En este contexto, el análisis vectorial no sólo ofrece herramientas técnicas, sino que también ayuda a establecer una ética metodológica: la búsqueda de invariantes geométricas, la simplificación de la notación y la claridad conceptual como criterios de excelencia matemática.

Durante muchos años, la física matemática estuvo fragmentada en diferentes sistemas de notación que, aunque eran efectivos en sus áreas específicas, no contaban con una base común que facilitara la comunicación entre disciplinas (Fuentes et al., 2025). Los cuaterniones de Hamilton ofrecían una elegancia matemática, pero resultaban complicados para usos físicos concretos; el álgebra geométrica de Grassmann estaba adelantada a su época y no fue entendida por muchos físicos; mientras que las coordenadas cartesianas tradicionales generaban expresiones complicadas que oscurecían la geometría subyacente de los fenómenos (Mejías & Alsina, 2021). El análisis vectorial, tal como se estableció a finales del siglo XIX, representó una síntesis práctica que incorporó lo fundamental de estos sistemas anteriores: intuición geométrica, efectividad operativa y aplicabilidad directa a cuestiones físicas (Córdoba, 2024).

La transición a este nuevo enfoque no se produjo rápidamente y no estuvo exenta de debate; los defensores de los cuaterniones, especialmente en las instituciones educativas británicas influenciadas por Hamilton y Tait, objetaron lo que consideraban una simplificación excesiva que comprometía la profundidad matemática en favor de la utilidad práctica (Andrade, 2023). Por el contrario, los ingenieros y físicos aplicados, especialmente en el desarrollo del telégrafo y las comunicaciones eléctricas, necesitaban métodos computacionales directos que no requirieran teorías algebraicas complejas (Cabrales et al., 2025). Gibbs y Heaviside desarrollaron un sistema que conservaba suficiente complejidad matemática para mantener la generalidad, pero aun así proporcionaba una curva de aprendizaje accesible y resultados inmediatamente utilizables (Pomboza & Criollo, 2024). Esta reconciliación de rigor y funcionalidad definiría la naturaleza del análisis vectorial y explicaría su éxito potencial sobre opciones más abstractas.

El desarrollo más básico del análisis vectorial implicó la generación de nuevas categorías filosóficas en física matemática: el vector como un objeto geométrico auto portante, el campo como una función vectorial del espacio y el tiempo, y los operadores diferenciales (gradiente, divergencia y rotación) como expresiones de las propiedades características del espacio físico (Aredo & Ugarte, 2019). Estas innovaciones no surgen de forma casual, sino que se basan en profundos debates sobre la naturaleza del espacio, la interpretación de ecuaciones diferenciales parciales y el estudio de las simetrías ocultas en las leyes de la física (Colorado, 2021). La introducción gradual de esta terminología y métodos transformó por completo varias disciplinas: la mecánica clásica adquirió una nueva formalidad, la electrodinámica encontró su propio lenguaje y la física teórica moderna sentó las bases para el desarrollo de la relatividad y la mecánica cuántica.

En base a lo anteriormente mencionado, este estudio tiene como objetivo realizar un análisis crítico de los hitos fundamentales en la evolución del análisis vectorial, desde sus raíces conceptuales hasta su establecimiento como el lenguaje común en la física matemática

2. METODOLOGÍA O MATERIALES Y METODOS

2.1. Material

Este estudio utiliza la Declaración PRISMA (*Preferred Reporting Items for Systematic Review and Meta-Analysis*) que es un conjunto de componentes mínimos basado en evidencia que se utiliza como guía para las revisiones sistemáticas y los metaanálisis, se realizó la revisión y los resultados de los estudios revisados, incluidos 27 elementos de validación y un diagrama de flujo para realizar adecuadamente una revisión sistemática (Barquero, 2022). Al utilizar la Declaración PRISMA se toman en cuenta cada uno de los puntos que emplea la matriz propia de la metodología para responder la pregunta de investigación.

Procedimiento

Formulación de la Pregunta de Investigación

En primer lugar, se planteó la pregunta general de la investigación que es ¿Cuáles fueron los hitos fundamentales en la evolución del análisis vectorial que marcaron su tránsito desde las primeras concepciones geométrico-algebraicas hasta su consolidación como lenguaje unificado de la física matemática, y qué factores teóricos, metodológicos y contextuales determinaron críticamente cada fase de esta transformación?

Consecuentemente se buscó de forma general la temática objeto de estudio en las diferentes bases de datos como son REDALYC, SCIELO, Scopus y Google Scholar. Por ende, las palabras clave que se utilizaran tanto en inglés como en español son: "análisis vectorial", "cálculo vectorial", "historia del análisis vectorial", "evolución del análisis vectorial" e "instauración del análisis vectorial"; mismas que serán combinados con los descriptores booleanos AND y OR.

Criterios de inclusión y exclusión

Para la selección de los artículos que estarán inmersos en la revisión sistemática se han planteado una serie de criterios de inclusión y exclusión, los cuales son:

Criterios de inclusión

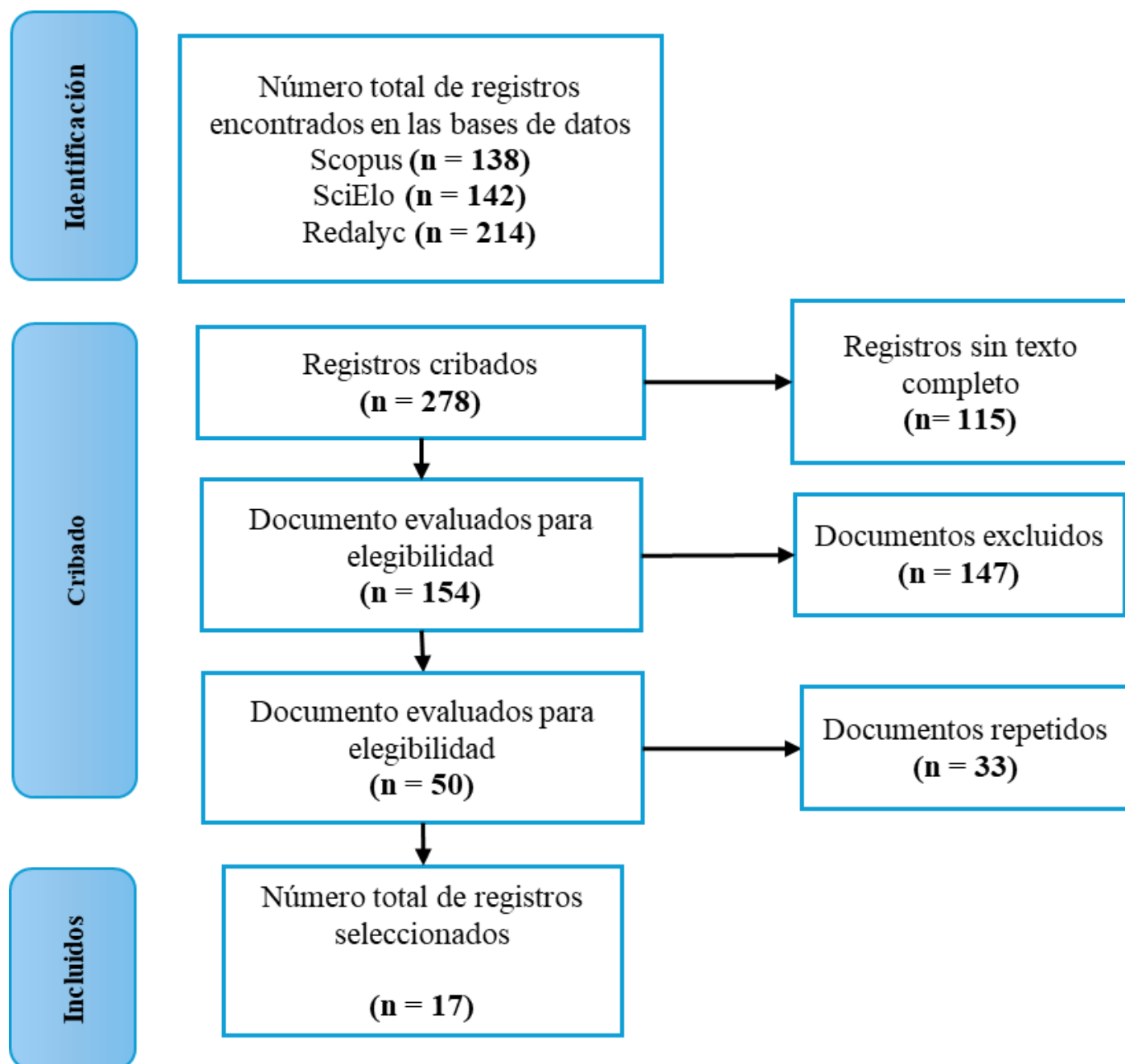
- Documentos que pertenezcan a bases científicas como Scopus, SciElo, Redalyc, Google Scholar.
- Estudios que sean artículos científicos, tesis de pregrado o posgrado.
- Estudios que hayan sido publicados entre los años 2014 y 2024.

Criterios de exclusión

- Se excluyen documentos que no se encuentren de libre acceso para el investigador.
- Se excluyen documentos que no se encuentren en lenguaje español o inglés.
- Se excluyen documentos que aborden la temática de estudio fuera del ámbito educativo.

Extracción de datos.

A través de la extracción de datos, la información clave obtenida de los estudios seleccionados se identificó y registró sistemáticamente cada uno de los artículos en una carpeta dentro de la computadora del investigador con un código apropiada, en la Tabla 1 se ejemplifican los datos relevantes de la recolección de datos como autor y año de publicación, título del estudio, título de la revista, resultados relacionados con el tema de investigación. Este proceso se llevó a cabo cuidadosamente para garantizar la coherencia y precisión en la recopilación de información que se utilizará para análisis posteriores y para responder la pregunta de este estudio.

Figura 1 Diagrama de flujo PRISMA

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Resultados

Tabla 1. *Hallazgos relevantes de la evolución histórica*

#	Título	Autor(es)	Año	Metodología	Hallazgos Principales
1	Back to the roots of vector and tensor calculus: Heaviside versus Gibbs	Alessio Rocci	2020	Análisis histórico documental de un panfleto inédito de Gibbs (1881-1884) con anotaciones marginales de Heaviside preservado en la Dibner Library del Smithsonian Institute. Estudio comparativo de notaciones y desarrollo de sistemas vectoriales.	Revela que Heaviside examinó detenidamente la obra de Gibbs y apoyó el análisis vectorial de Gibbs en oposición a los cuaternionistas, aunque expresó críticas hacia su sistema de notación. Muestra la importancia clave que tuvo el físico estadounidense Gibbs en la evolución del trabajo de Heaviside. Registra la discusión histórica entre los sistemas vectoriales y los cuaterniones. Ofrece generalizaciones del teorema de la divergencia aplicables a campos tensoriales.
2	A Grassmann algebra for matroids	Jeffrey Giansiracusa, Noah Giansiracusa	2018	Construcción matemática de un análogo idempotente del álgebra exterior. Desarrollo de formalismo algebraico para espacios lineales tropicales y matroides valuados. Análisis del producto wedge y vectores de Plücker en contexto tropical.	Introduce una comparación entre la teoría de espacios lineales tropicales (matroides valorados) y el enfoque clásico del álgebra de Grassmann. Prueba que un d-tensor cualquiera cumple con las relaciones de Plücker tropicales si y solo si la d-ésima potencia wedge del núcleo de la operación wedge es libre de rango uno. Ofrece un nuevo criptomorfismo para matroides valorados, abarcando matroides ordinarios como caso particular.
3	Grassmann Algebra (In: Real Spinorial Groups: A Short Mathematical Introduction)	Sebastià Xambó-Descamps	2018	Exposición teórica sistemática del álgebra de Grassmann en el contexto de grupos espinoriales. Desarrollo axiomático y construcción formal del álgebra exterior.	Presenta una introducción matemática rigurosa al álgebra de Grassmann como fundamento para el estudio de grupos espinoriales reales. Conecta el álgebra exterior con estructuras geométricas modernas. Proporciona formalización contemporánea de las ideas originales de Grassmann.
4	Metáforas conceptuales en procesos de modelización asociadas	C. Hernández et al.	2020	Investigación cualitativa en didáctica de las matemáticas. Análisis de procesos de modelización matemática en estudiantes de	Identifica las metáforas conceptuales utilizadas por estudiantes al trabajar con vectores en contextos de modelización. Analiza cómo las concepciones mentales sobre vectores influyen en la resolución de

	al objeto matemático 'vector'			ingeniería. Estudio de metáforas conceptuales según teoría de Lakoff y Núñez.	problemas de ingeniería. Proporciona insights sobre la enseñanza-aprendizaje del concepto de vector en educación superior.
5	History of Vector Analysis (In: Vector Analysis for Computer Graphics)	John Vince	2021	Revisión histórica narrativa del desarrollo del análisis vectorial. Síntesis de fuentes históricas primarias y secundarias. Enfoque en aplicaciones a gráficos computacionales.	Traza la evolución del análisis vectorial desde sus orígenes hasta aplicaciones contemporáneas en gráficos por computadora. Conecta el desarrollo histórico con la práctica moderna en computación gráfica. Resume las contribuciones clave de Grassmann, Hamilton, Gibbs y Heaviside.
6	Formalization of Complex Vectors in Higher-Order Logic	Sanaz Khan-Afshar, Vincent Aravantinos, Osman Hasan, Sofiène Tahar	2014	Formalización matemática en lógica de orden superior (HOL Light). Extensión de definiciones previas de números complejos y vectores reales. Verificación formal de propiedades algebraicas y geométricas.	Presenta una formalización rigurosa del espacio vectorial complejo en el sistema HOL Light. Extiende formalizaciones previas para incluir operaciones vectoriales complejas. Establece teoremas fundamentales sobre propiedades de vectores complejos verificables computacionalmente. Proporciona base para verificación formal de sistemas que utilizan análisis vectorial complejo.
7	A History of Vector Analysis: The Evolution of the Idea of a Vectorial System	Michael J. Crowe	1994	Investigación histórica exhaustiva basada en fuentes primarias. Análisis de manuscritos originales, correspondencia y publicaciones de los siglos XVIII-XX. Método historiográfico clásico con análisis crítico de fuentes.	Obra fundamental y clásica que documenta la evolución completa de los sistemas vectoriales desde el trabajo de Grassmann (1844) hasta la estandarización moderna. Analiza el debate cuaterniones vs. vectores (1890-1900). Detalla las contribuciones de Hamilton, Grassmann, Maxwell, Tait, Gibbs y Heaviside. Examina la controversia entre cuaternionistas y vectorialistas. <i>Nota: Aunque anterior a 2015, sigue siendo la referencia histórica más completa y citada sobre el tema.</i>
8	Clifford Algebra to Geometric Calculus: A Unified Language for Mathematics and Physics	David Hestenes, Garret Sobczyk	2015	Desarrollo teórico sistemático del álgebra de Clifford como lenguaje unificado. Construcción axiomática de álgebra geométrica. Comparación entre diferentes sistemas algebraicos: números complejos,	Propone el álgebra geométrica (Clifford) como sistema algebraico superior y unificado que supera las limitaciones de múltiples sistemas algebraicos fragmentados usados en física matemática. Demuestra que el álgebra geométrica proporciona estructura algebraica adecuada para todos los propósitos de geometría y física. Establece que los

				cuaterniones, álgebra matricial, tensores y espinores.	múltiples sistemas algebraicos (complejos, cuaterniones, matrices, vectores, tensores) son casos especiales del álgebra de Clifford. Introduce el cálculo geométrico como extensión que incorpora diferenciación e integración. <i>Nota: Aunque publicado en 1984, se reimprimió en 2015 y sigue siendo referencia fundamental en álgebra geométrica moderna.</i>
9	Functional analysis and exterior calculus on mixed-dimensional geometries	Miroslav Kuchta, Magne Nordaas, Jobst C. Verschaeve, Mikael Mortensen, Kent-Andre Mardal	2020	Desarrollo de herramientas analíticas para cálculo exterior en geometrías mixto-dimensionales. Construcción de operadores diferenciales semi-discretos que acoplan variedades de diferentes dimensiones. Análisis funcional aplicado a estructuras jerárquicas.	Establece herramientas analíticas (productos internos, operadores diferenciales y codiferenciales, lema de Poincaré, desigualdad de Poincaré-Friedrichs) para geometrías mixto-dimensionales. Proporciona marco teórico unificado para ecuaciones diferenciales parciales mixto-dimensionales usando cálculo exterior. Demuestra que problemas de minimización cuadrática son bien planteados en términos del operador diferencial mixto-dimensional. Conduce directamente a métodos de discretización usando cálculo exterior de elementos finitos. Aplicaciones en materiales fracturados y medios porosos fracturados.
10	Differential forms for plasma physics	Robert S. MacKay	2020	Tutorial que desarrolla conceptos de formas diferenciales en contexto de campos magnéticos. Aplicación sistemática de formas diferenciales a dinámica de partículas cargadas. Método didáctico con ejemplos de física de plasmas.	Demuestra que las formas diferenciales permiten ir más allá de las capacidades del cálculo vectorial tradicional. Proporciona extensión del operador $B \cdot \nabla$ a objetos más generales que funciones escalares. Presenta generalizaciones potentes de teoremas de Gauss y Stokes. Muestra que campos vectoriales sin curl son localmente gradientes y campos sin divergencia son localmente curls. Estas extensiones son particularmente útiles en dinámica hamiltoniana donde el espacio de estados no es tridimensional. Hace accesible el formalismo de formas diferenciales para físicos de plasmas.

11	Improving student understanding of electrodynamics: the case for differential forms	Bertrand Berche, Malte Henkel, Ralph Kenna	2020	Enfoque pedagógico para enseñanza de electrodinámica usando formas diferenciales. Artículo autocontenido que no requiere conocimiento previo de formas. Uso de ejemplos físicos: polarización del vacío clásico y efecto Casimir.	Argumenta el rol iluminador de las formas diferenciales en electromagnetismo que rara vez se discute en clase. Demuestra el poder y facilidad de interpretación de formas diferenciales en situaciones no triviales de electromagnetismo. Presenta la polarización efectiva del vacío clásico debido a campo gravitacional uniforme y del vacío cuántico en efecto Casimir. Motiva a profesores de física a incorporar formas diferenciales en el aula. Proporciona insights que pueden aprenderse del enfoque de formas diferenciales para E&M.
12	Current Survey of Clifford Geometric Algebra Applications	Eckhard Hitzer, Stephen Sangwine	2022	Survey comprehensivo usando motor de búsqueda académica con inteligencia artificial (Dimensions). Revisión sistemática de literatura del período 2019-2022 post-conferencia AGACSE 2018. Recolección y análisis de 200 referencias.	Complementa surveys previos (2013, 2019) enfocándose en aplicaciones recientes del álgebra geométrica de Clifford y análisis de Clifford (cálculo geométrico). Documenta desarrollos rápidos en matemáticas puras y aplicadas. Presenta aplicaciones en: geometría computacional, robótica, visión por computadora, física teórica, teoría de gauge, procesamiento de señales, y demostración automatizada de teoremas en geometría euclidiana. Demuestra la versatilidad creciente del álgebra de Clifford en múltiples disciplinas. Proporciona panorama del estado actual (2019-2022) de investigación en álgebra geométrica.
13	La geometría analítica en los libros de texto para secundaria y universidad en España en el siglo XIX	Isabel Sánchez Sierra	2015	Análisis histórico de contenido de libros de texto de geometría analítica utilizados en España en el siglo XIX. Estudio desde dos perspectivas: matemáticas como disciplina científica y como contenido curricular. Análisis de 11 obras (1817-1906) considerando estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. Estudio de planes de	Documenta la evolución de la Geometría Analítica en España en el siglo XIX, desde una geometría que conservaba elementos cartesianos hacia la Geometría Analítico-Proyectiva. Identifica momentos clave en la evolución de la Geometría Analítica y los factores sociales, culturales, científicos y académicos que influyeron. Analiza la polémica entre Geometría Analítica y Geometría Sintética del siglo XIX. Estudia el desarrollo de la Geometría Proyectiva y su fusión con la Geometría Analítica. Examina el tratamiento del Análisis determinado y las ecuaciones de la recta en textos históricos.

				estudios de secundaria y Facultad de Ciencias (1836-1900).	Proporciona panorama de la introducción y desarrollo de la Geometría Analítica en el currículo español.
14	El rol de la historia de las ciencias en la enseñanza del Cálculo Vectorial en carreras de Ingeniería	Viviana Angélica Costa, Marcelo Arlego	2014	Propuesta de estrategia didáctica con perspectiva histórica para la enseñanza del Cálculo Vectorial en Ingeniería. Contextualización de conceptos matemáticos con fenómenos físicos que motivaron su origen. Reseña histórica de los orígenes del Cálculo Vectorial durante los siglos XVIII y XIX. Reflexiones basadas en investigadores sobre aspectos epistemológicos e historiográficos.	Demuestra la importancia de incorporar aspectos epistemológicos e historiográficos en la enseñanza de ciencias. Presenta estrategia didáctica que contextualiza el Cálculo Vectorial con fenómenos físicos históricos. Proporciona reseña de los orígenes del Cálculo Vectorial en los siglos XVIII-XIX. Conecta el desarrollo histórico de conceptos matemáticos con su aplicación en ingeniería. Enfatiza el valor pedagógico de la perspectiva histórica para mejorar la comprensión de conceptos vectoriales en estudiantes de ingeniería.
15	Contextualización del concepto de campo como fundamento pedagógico introductorio a la teoría de campos en mecánica cuántica	Paul Nicolás Moreno	2023	Contextualización histórica del concepto de campo desde el siglo XVII hasta la ecuación de Dirac. Revisión de la evolución del concepto desde la mecánica clásica hasta su formalización en electrodinámica. Enfoque pedagógico para la enseñanza de mecánica cuántica basado en desarrollo histórico del concepto de campo.	Traza la evolución histórica del concepto de campo desde mediados del siglo XVII, incluyendo la discusión sobre los orígenes del movimiento y la definición de materia y espacio. Documenta cómo la concepción de campo nace de la mecánica y se formaliza en la electrodinámica clásica. Presenta el desarrollo amplio del concepto de campo hasta la actualidad. Proporciona fundamento pedagógico basado en historia para la enseñanza de teoría de campos en mecánica cuántica. Conecta el desarrollo histórico desde definiciones del siglo XVII hasta la ecuación de Dirac. Trabajo de grado que aborda la fenomenología física fundamental para comprender campos.
16	Hamilton y el Descubrimiento de los Cuaterniones	José Manuel Sánchez Muñoz	2011	Revisión histórico-matemática. El artículo ofrece una visión general combinando historia matemática con análisis teórico, describiendo la evolución de los números imaginarios, la interpretación geométrica	Se resalta cómo Hamilton extendió los números complejos a los cuaterniones, una nueva estructura algebraica no conmutativa que facilitó el estudio tridimensional de movimientos y rotaciones. El artículo detalla la importancia de su vida y obra, la influencia en álgebra moderna, y su contribución esencial al desarrollo de la

17	Maxwell's equations revisited – mental imagery and mathematical symbols	Matthias Geyer, Jan Hausmann, Konrad Kitzing, Madlyn Senkyr, Stefan Siegmund	2023	de los números complejos, y la aportación de Hamilton con el descubrimiento de los cuaterniones. Explora documentos y trabajos históricos, biografía y el impacto posterior en matemática y física Investigación teórica basada en la reinterpretación histórica y matemática de las ecuaciones de Maxwell partiendo de la obra original, usando imagen mental como recurso didáctico y análisis matemático riguroso con cálculo vectorial y topológico. Se emplean teoremas clásicos de análisis vectorial y la formulación de Maxwell como analogía con un fluido imaginario para dar claridad a conceptos electromagnéticos y su representación matemática.	matemática y física del siglo XIX. También se explica la relación con las geometrías no euclidianas y la influencia en teorías posteriores como la mecánica cuántica. El estudio presenta una formulación integral y diferencial de las ecuaciones de Maxwell basada en la analogía del fluido imaginario usado por Maxwell, destacando la función didáctica de la imagen mental para entender conceptos abstractos. Se reitera el papel fundamental de estos símbolos y su correspondencia con fenómenos físicos, junto con la explicación del desplazamiento de corriente y la fórmula de circulación para los campos electromagnéticos. También incluye conexión histórica con trabajos previos y menciona la importancia del cálculo vectorial desarrollado a partir de los cuaterniones.
----	---	--	------	--	---

3.2. Discusiones:

En la antigüedad griega, los fenómenos físicos, como el movimiento y el tiempo, se estudiaban forma cualitativa. Con Galileo Galilei (1564-1642), la explicación de los fenómenos físicos comienza a trabajarse de forma cuantitativa, iniciándose una relación entre la física y la matemática. Galileo establece una relación cuantitativa del movimiento de caída libre a través de curvas parabólicas. Esta matematización del movimiento se ve complementada con la Geometría de Descartes (1596-1650), quien establece la relación entre curvas y ecuaciones. Por su parte, Isaac Newton (1642-1727), en su trabajo *Principios filosóficos de la matemática*, sustenta de manera formal, sus trabajos sobre la matematización del movimiento. En este proceso hace uso de muchos resultados de la teoría de magnitudes y la noción de razón euclidiana (relación cuantitativa de cantidades).

Sin embargo, en los estudios de Fourier se percibe la limitación de la teoría de las magnitudes euclidianas como herramienta para modelar el fenómeno físico de la conducción del calor. Como el mismo Fourier muestra, para la modelación de este fenómeno es necesario introducir nuevas herramientas matemáticas que permitan la modelación de la noción de campo. A la par de esta evolución, se va desarrollando la teoría de ecuaciones, emergiendo los algoritmos para la resolución de ecuaciones de segundo, tercer y cuarto grado. En esta dirección surgen las cantidades negativas y también las raíces de estas cantidades.

Por esta línea de desarrollo se va incorporando la noción de número complejo, que luego, en el siglo XIX, se complementa con la noción de vector desde la física. Es así como el análisis vectorial surge de la convergencia de dos líneas de desarrollo: la matemática y la física. En la línea matemática hay dos sub líneas: la teoría de ecuaciones y la representación geométrica de magnitudes.

Los sistemas numéricos, la matematización de fenómenos físicos y el desarrollo de funciones en varias variables, son elementos conceptuales que se trabajan desde distintos ángulos, pero que al final del siglo XIX comienzan a relacionarse hasta conformar una nueva rama de la matemática: el Análisis Vectorial.

La teoría de cuaterniones de William Rowan Hamilton (1805-1865) jugó un papel muy importante en el establecimiento del análisis vectorial como rama de las matemáticas. Los elementos primigenios de la teoría de cuaterniones se remontan a 1833 cuando Hamilton identifica cada número complejo $a + b\sqrt{-1} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, con la pareja ordenada (a, b) . A continuación, busca la generalización de este resultado al espacio tridimensional.

De esta forma, Hamilton llegó al sistema de los cuaterniones, Q , que denominó números hipercomplejos, los cuales tienen la forma: $Q = w + ix + jy + kz$, donde w, x, y, z son números reales; i, j, k , son vectores unitarios dirigidos a lo largo de los tres ejes. En términos generales, en (Hamilton W. , 1853) representa los cuaterniones de la siguiente manera:

$$Q = Sca. Q + Vect. Q = S. Q + V. Q,$$

o, de manera simplificada: $Q = SQ + VQ$.

Hamilton denomina a la expresión trinominal, un vector; lo que prefigura su emergencia como objeto matemático a partir de la representación geométrica. Se establece, además, una teoría para la multiplicación de cuaterniones que condujo a definiciones coherentes del producto punto y del producto cruz. En esta dirección si tomamos dos cuaterniones, con parte real igual a 0:

$$\alpha = xi + yj + zk,$$

$$\alpha' = x'i + y'j + z'k,$$

se define:

$$S. \alpha \alpha' = -(xx' + yy' + zz')$$

$$V. \alpha \alpha' = i(yz' - zy') + j(zx' - xz') + k(xy' - yx').$$

El estudio de los vectores tiene un gran aporte en la creación del álgebra exterior por Hermann Grassmann en el siglo XIX, un aporte esencial que introdujo un marco matemático para manipular entidades de múltiples dimensiones a través del producto exterior. Esta forma algebraica permitió una representación adecuada y amplia de vectores y tensores, estableciendo la base teórica para investigaciones posteriores en geometría y física matemática.

En *Teoría de Flujo y Reflujo*, Grassmann establece dos tipos de productos para los vectores: producto exterior (que se denota como $\times$), que corresponderá al producto vectorial y el producto interno (que denota como $\wedge$), que corresponderá al producto escalar. Para dos vectores **a** y **b**, Grassmann define estos productos de la siguiente manera:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{ab} \sin \theta$$

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = \mathbf{ab} \cos \theta,$$

donde θ corresponde al ángulo entre los vectores.

El estudio de Xambó (2018) relaciona directamente el álgebra de Grassmann con el análisis de grupos espinoriales demostrando cómo las ideas originales de Grassmann se formalizaron en contextos actuales. Este primer avance sentó las bases metodológicas para el análisis vectorial, poniendo de relieve un fundamento axiomático que posteriormente influiría en otras áreas.

Otro evento significativo fue la controversia histórica entre el enfoque vectorial apoyado por Gibbs y Heaviside y la escuela de cuaterniones establecida por Hamilton, en este caso Rocci (2021) describe esta disputa con detalle, evidenciando que Heaviside, aunque crítico en algunos aspectos, favoreció la notación y el enfoque sugeridos por Gibbs como más prácticos y adecuados para la física aplicada. Esta controversia no fue únicamente técnica, sino también epistemológica, y reflejó diversas perspectivas sobre cómo entender y representar las magnitudes físicas de un vector.

La preferencia por el análisis vectorial en lugar de los cuaterniones representó una consolidación práctica y metodológica que llevó a su aplicación en electromagnetismo y mecánica clásica, contribuyendo a su rápida aceptación en la comunidad científica. Además, los avances de la tecnología y la necesidad de herramientas eficientes en áreas como la infografía han contribuido a la proliferación y consolidación del análisis vectorial.

Según Vince (2021) el análisis vectorial se integró naturalmente en las aplicaciones de gráficos por computadora donde la representación y manipulación de vectores es esencial. Este contexto tecnológico actuó como catalizador, mostrando que el análisis vectorial no sólo era una construcción teórica rigurosa, sino también una importante herramienta práctica para la innovación tecnológica. Una combinación de motivación académica y aplicaciones específicas contribuyeron a su estandarización y aceptación, mostrando cómo factores fuera del ámbito estrictamente matemático pueden influir en el desarrollo del lenguaje científico.

A nivel formal, la extensión del análisis vectorial a espacios vectoriales complejos y otros sistemas avanzados ha sido fundamental para la consolidación. Khan-Afshar et al. (2014) ilustran cómo la formalización en lógica de orden superior permitió probar propiedades algebraicas y geométricas con precisión computacional. Este desarrollo metodológico marca la etapa en la que la precisión matemática y la verificabilidad se convirtieron en requisitos esenciales para la legitimación y extensión del análisis vectorial.

Un avance clave en el estudio del análisis vectorial es la idea que poseen Hitzer et al. (2022) respecto al álgebra geométrica de Clifford, que se presenta como una combinación perfecta de distintos sistemas algebraicos, como los números complejos, los cuaterniones y los tensores. Hestenes y Sobczyk (2015) describen esta herramienta como un lenguaje algebraico cohesionado que logra superar las limitaciones de sistemas previos.

Esta integración hizo posible abordar problemas relacionados con la geometría y la física dentro de un marco claro y adaptable, lo que facilita la inclusión de nuevas estructuras matemáticas, como los espinores, y amplió las capacidades del análisis vectorial convencional. La siguiente fase significativa en el progreso del análisis vectorial fue impulsada por una mayor sofisticación matemática que se adaptó a la complejidad creciente de los problemas físicos contemporáneos.

Desde una perspectiva educativa, la incorporación de la historia y la epistemología en la enseñanza del análisis vectorial ha demostrado ser vital para su comprensión y fortalecimiento como lenguaje. Costa y Arlego (2014) sugieren un enfoque educativo que sitúa los conceptos vectoriales en su contexto histórico y físico, favoreciendo un aprendizaje más profundo y significativo para los estudiantes de ingeniería. Este método humaniza el análisis de vectores y conecta su evolución con fenómenos físicos tangibles y retos científicos, lo que potencia la motivación y el entendimiento.

Al mismo tiempo, la expansión de ideas a través de la combinación de distintas formas y el uso de cálculos más complejos ha incrementado las aplicaciones del análisis vectorial. Investigaciones como las de MacKay (2020) y Fumeron et al. (2020) ilustran cómo estas

herramientas pueden ayudar a superar las limitaciones del cálculo vectorial clásico, sobre todo en áreas como la física hamiltoniana, el electromagnetismo y la teoría de campos.

Este avance en los métodos ofrece un marco más amplio y adaptable para abordar sistemas físicos complicados y no sencillos, fortaleciendo al análisis vectorial como un lenguaje versátil y en constante crecimiento. La utilización de estas técnicas representa una solución eficaz ante los retos que presenta la ciencia actual.

Por último, el progreso del análisis vectorial debe interpretarse en el marco sociocultural y científico de los siglos XIX y XX. Investigaciones históricas como las de Crowe (2002) y Sánchez (2015) revelan que el desarrollo del análisis vectorial fue afectado por discusiones académicas, competencia de conceptos y cambios en los planes de estudio. Las tensiones entre la geometría analítica y sintética, así como las discrepancias entre diferentes sistemas algebraicos, reflejan las dimensiones epistemológicas y sociales que influenciaron su evolución.

Estos elementos contextuales fueron cruciales para consolidar el análisis vectorial no solo como una rama de las matemáticas, sino también como un lenguaje compartido y normativo dentro de la física matemática, evidenciando la interrelación entre la ciencia y la sociedad en su trayectoria.

4. CONCLUSIONES

Para que un conjunto de prácticas cuantitativas se instaure como una rama de las matemáticas, deben cumplir requerimientos, no sólo de orden epistemológico, sino también sociológico. Los requerimientos de orden epistemológico tienen relación con la existencia de una metodología y un entramado conceptual que permita abordar problemas de índole matemático, tener objetos propios y tener problemas propios. Los requerimientos sociológicos tienen relación con la aceptación de dichos procedimientos por parte de la comunidad matemática a través de actividades de difusión científica, publicaciones, ponencias en congresos y la inclusión en el ámbito escolar (en los currículos).

Teniendo en cuenta los aspectos mencionados, se puede evidenciar que un análisis completo del desarrollo histórico del análisis vectorial tiene un alto grado de complejidad, dada la múltiple gama de métodos, teorías, filiaciones filosóficas y concepciones sociológicas.

A pesar de que existen algunas investigaciones, textos históricos y artículos de divulgación que abordan este problema, lo hacen desde contextos particulares, generalmente desde lo epistemológico. La idea es no solo analizar este factor, sino también involucrar y establecer redes de conexión que contemplen lo ontológico, lo sociológico y lo interdisciplinar.

Los hallazgos indican que la evolución del análisis vectorial, desde sus fundamentos geométrico-algebraicos hasta convertirse en un lenguaje coherente, fue producto de una combinación de avances teóricos sólidos como la extensión de los sistemas numéricos, el desarrollo de los sistemas de ecuaciones, la aparición de los números complejos, su representación, la extensión de estas teorías a dimensiones de orden superior, la conjunción del álgebra con la geometría, esto asociado a las múltiples discusiones filosóficas, demandas tecnológicas y contextos científicos, sociales y culturales. Cada etapa se caracterizó por elementos particulares, que abarcaban desde la creación de nuevos sistemas algebraicos hasta su enseñanza y uso en la física contemporánea. Este desarrollo variado aclara la razón por la cual el análisis vectorial se ha vuelto una herramienta clave y necesaria para describir y abordar problemas en la física matemática actual.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, J. (2023). *Análisis epistemológico y desarrollo de la formalización matemática en la demostración de equivalencia de los modelos planetarios Ptolemaico y Kepleriano*. Universidad Pedagógica Nacional. Obtenido de <https://repositorio.upn.edu.co/items/7b40cbfb-ffa4-4b05-98b5-5656adcd0d19>
- Aredo, M., & Ugarte, F. (2019). La didáctica de la matemática y el álgebra lineal . *Quintaesencia. Revista de Educación*, 10, 27-32. doi:10.54943/rq.v10i.119
- Barquero, W. (2022). Analisis de Prisma como Metodología para Revisión Sistemática: una Aproximación General. *Salúde m edes*, 8(1), 339-360. doi:10.18310/2446-4813.2022v8nsup1p339-360
- Cabralles, Y., Gamboa, M., & Domínguez, A. (2025). Tratamiento didáctico a las estructuras algebraicas, un acercamiento histórico desde el contexto cubano. *PNA: Revista de investigación en didáctica de la matemática*, 19(4), 331-346. doi:10.30827/pna.v19i4.29285
- Cabrera, A., Sánchez, M., & Trigueros, M. (2022). Estado del conocimiento didáctico sobre el concepto de espacio vectorial. *Educación matemática*, 33(3), 05. doi:10.24844/em3303.05
- Cámac, M., Delgado, M., Reyes, T., Silva, E., Urbina, R., & Ramos, A. (2023). *El pensamiento lógico matemático: Concepciones y enseñanza en el aula de clases*. Perú: Editorial Mar Caribe.
- Colorado, D. (2021). *La Teoría Metafísica de la Propensión de la Mecánica Cuántica de Karl Popper*. San Juan de Pasto: Universidad de Nariño. Obtenido de <https://sired.udenar.edu.co/7370/3/TRABAJO%20DE%20GRADO%20-%20DAVID%20COLORADO%20RODR%C3%8DGUEZ%20%28LA%20TEOR%C3%8DA%2>

0METAF%C3%8DSICA%20DE%20LA%20PROPENSI%C3%93N%20DE%20LA%20MEC%C3%81NICA%20CU%C3%81NTICA%20DE%20KARL%20POPPER%29.pdf

- Córdoba, J. (2024). Aprendizaje Significativo Mediante la Contextualización de los Saberes en el Área de Matemáticas y Física. *Ciencia Latina: Revista Multidisciplinar*, 8(1), 5903-5931. doi:10.37811/cl_rcm.v8i1.9936
- Costa, V., & Arlego, M. (2014). El rol de la historia de las ciencias en la enseñanza del Cálculo Vectorial en carreras de Ingeniería. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*(36), 21-36.
- Crowe, M. (2002). *A History of Vector Analysis*. Liberal Studies Program and Department of Mathematics. Obtenido de https://worrydream.com/refs/Crowe_2002_-_History_Of_Vector_Analysis.pdf
- Fuentes, C., Hernández, H., Bervel, N., & Pereira, L. (2025). Revisión bibliográfica sobre la enseñanza de la física: estrategias, contextos y tendencias. *GADE: Revista Científica*, 5(3), 692-718. doi:10.63549/rg.v5i3.733
- Fumeron, S., Berche, B., & Morales, F. (2020). Improving student understanding of electrodynamics: The case for differential forms. *American Journal of Physics*, 88, 1083-1093. doi:10.1119/10.0001754
- Hamilton, W. (1853). *Lectures on Quaternions*. Dublín: Hodges and Smith.
- Hestenes, D., & Sobczyk, G. (2015). Differential Geometry of Vector Manifolds. En D. Hestenes, & G. Sobczyk, *Clifford Algebra to Geometric Calculus. A Unified Language for Mathematics and Physics* (págs. 188-224). Springer Dordrecht. doi:10.1007/978-94-009-6292-7
- Hitzer, E., Lavar, C., & Hildenbrand, D. (2022). Current survey of Clifford geometric algebra applications. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 47(3), 1331-1361. doi:10.1002/mma.8316
- Khan Afshar, S., Aravantinos, V., Hasan, O., & Tahar, S. (2014). Formalization of Complex Vectors in Higher-Order Logic. In S. Watt, J. Davenport, A. Sexton, P. Sojka, & J. Urban, *Intelligent Computer Mathematics* (Vol. 8543, pp. 123-137). Springer Cham. doi:10.1007/978-3-319-08434-3_10
- MacKay, R. S. (2020). Differential forms for plasma physics. *Journal of Plasma Physics*, 86, 1-20. doi:10.1017/S0022377819000928
- Mejías, C., & Alsina, Á. (2021). Desarrollo histórico-epistemológico del álgebra: evolución hacia distintos significados. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 21(2), 1-14. doi:10.18845/rdmei.v21i2.5607
- Pérez, W. (2023). *De Newton a Nash: la influencia de la física y la matemática en la economía*. FLACSO Ecuador. doi:10.46546/2023-49atrio

- Pomboza, H., & Criollo, A. (2024). *Análisis de la Evolución del Pensamiento Lógico Matemático en los Niveles Curriculares, Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales: Matemáticas y la Física*. Riobamba: Universidad Nacional de Chimborazo. Obtenido de <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/13959>
- Rocci, A. (2021). Back to the roots of vector and tensor calculus: Heaviside versus Gibbs. *Archive for History of Exact Sciences*, 75, 369-413. doi:10.1007/s00407-020-00264-x
- Sánchez, I. (2015). *La geometría analítica en los libros de texto para secundaria y universidad en España en el siglo XIX*. Tesis de Grado, Universidad de Salamanca, Salamanca. doi:10.14201/gredos.128276
- Steiner, G., & Cardoso, M. (2023). Las políticas de la comparación internacional: un esbozo histórico de los cambios a lo largo del tiempo. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 17(23). Obtenido de <https://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/165023#>
- Vince, J. (2021). History of Vector Analysis. En J. Vince, *Vector Analysis for Computer Graphics* (págs. 1-7). Springer London. doi:10.1007/978-1-4471-7505-6
- Xambó, S. (2018). Grassmann Algebra. En S. Xambó, *Real Spinorial Groups: A Short Mathematical Introduction* (págs. 78-89). Springer Cham. doi:10.1007/978-3-030-00404-0